
ВЕСТНИК ДОНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА — ТОМ 16 — № 3 (86) 2016
ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ДГТУ
Вестник
Донского государственного технического университета
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
Vestnik of Don State Technical University
Том 16
№ 3 (86)
2016
ISSN 1992-5980
DOI 10.12737/issn.1992-5980
1 Механика
Mechanics
2 Машиностроение и машиноведение
Machine Building and Machine Science
3 Информатика, вычислительная техника и управление
Information Technology, Computer Science, and Management
4 Процессы и машины агроинженерных систем
Processes and Machines of Agro-Engineering Systems
5 Безопасность деятельности человека
Safety of Human Activity
vestnik.donstu.ru

ВЕСТНИК ДОНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА 2016

Т. 16, № 3 (86)

Теоретический и научно-практический журнал

Включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук в соответствии с требованиями приказа Минобрнауки России от 25.07.2014 г. №793 с изменениями, внесенными приказом Минобрнауки России от 03.06.2015 г. №560

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
Июль-сентябрь 2016 г.

Учредитель и издатель — Донской государственный технический университет

Подписано в печать 28.09.2016., дата выхода в свет 30.09.2016.
Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman» Печать офсетная.
Усл. печ. л. 22,6. Тираж 1000 экз. Заказ № 30/9 Цена свободная.

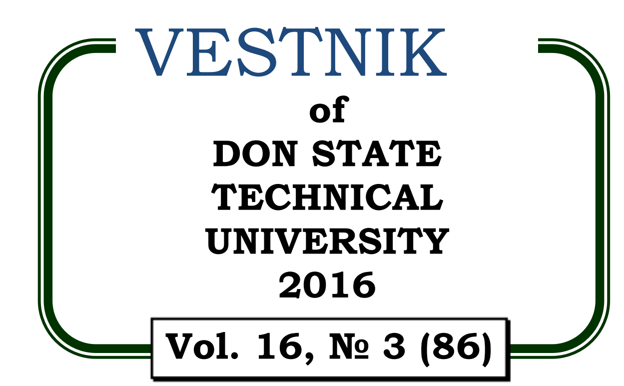
Адрес редакции:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-565.

Адрес издателя:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-565.

Адрес полиграфического предприятия:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-661, 2-738-565.

http://science.donstu.ru

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций



**Theoretical
and scientific-practical journal**

Included in the list of peer-reviewed scientific editions where the basic research results of doctoral, candidate's theses should be published in accordance with order of Ministry of Education and Science of RF no. 793, July 25, 2014, as amended by order of the Ministry of Education and Science of RF no.560, June 3, 2015.

4 issues a year
July — September 2016

Founder and publisher — Don State Technical University

The issue is prepared by: Inna V. Boyko, Marina P. Smirnova (English version)
Passed for printing 28.09.2016, imprint date 30.09.2016.
Format 60×84/8. Font «Times New Roman». Offset printing.
C.p.sh. 22.6. Circulation 1000 cop. Order 30/9 Free price.
Editorial Board's address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-565.
Publisher's address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-565.
Printery address:
Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-661, 2-738-565.
http://science.donstu.ru
Certificate of mass media registration ПИ № ФС 77-66004 of 06.06.2016. issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENT

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 539.3 DOI 10.12737/20219

Взаимодействие штампов на ортотропном полупространстве*

Д. А. Пожарский[1], Т. Г. Юрушкина[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Interaction of punches on orthotropic half-space ***

D. A. Pozharskiy[1], T. G. Yurushkina[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Получено интегральное уравнение трехмерной контактной задачи для ортотропного полупространства (9 независимых упругих параметров в законе Гука), ядро которого не содержит квадратур и зависит от решения характеристического бикубического уравнения. Рассмотрено взаимодействие двух одинаковых симметрично внедряемых жестких штампов, имеющих форму эллиптических параболоидов. При неизвестной области контакта для решения этой задачи использован метод нелинейных граничных интегральных уравнений Галанова, позволяющий одновременно определить область контакта и давления в этой области. Для отладки компьютерной программы использовано точное решение для одного эллиптического штампа. При заданной осадке, форме основания и взаимной удаленности штампов для разных ортотропных материалов рассчитаны контактные давления, области контакта и вдавливающие силы. Модель ортотропного тела применяется для описания многих востребованных в технике и промышленности материалов: сера, сегнетовая соль, вольфрамит, барит, древесина различных пород.

An integral equation of the three-dimensional contact problem for an orthotropic half-space (9 independent elastic parameters in Hooke's law) is obtained where its kernel does not include integrals, but it depends on the solution of a characteristic binary cubic. The interaction between two identical symmetrically embedded punches is considered for the case of the elliptic paraboloids. Galanov's method of nonlinear boundary integral equations is used for solving the problem with an unknown contact domain that makes it possible to determine simultaneously the contact domain and the contact pressure. The exact solution to one elliptical punch is used for debugging the computer program. Contact pressures, contact zones and pressing forces are calculated for various orthotropic materials at the specified settlement, base forms of the punches, and relative distances between the punches. The orthotropic body model is applicable for describing lots of materials which are in-demand in the machinery and industry: sulfur, Rochelle salt, wolframite, barite, and various wood species.

Ключевые слова: теория упругости, контактные задачи, ортотропное полупространство, взаимодействие штампов.

Keywords: elasticity theory, contact problems, orthotropic half-space, interacting of punches.

Введение. Уравнения упругого равновесия и закон Гука для ортотропного тела описаны в монографии [1]. Примеры ортотропных материалов даны в работах [2, 3]. Интегральное уравнение (ИУ) трехмерной контактной задачи для ортотропного полупространства, ядро которого выражено через двукратный интеграл, и его точное решение для кругового штампа впервые было получено А. О. Ватульяном [4]. В работах [5, 6] предложен метод освобождения от квадратур в ядре ИУ для трансверсально изотропного полупространства, основанный на теории обобщенных функций и применимый также для ортотропного полупространства. В результате существенно упрощается расчет и регуляризация ядра ИУ, что и позволяет применить для решения контактных задач метод Галанова [7]. Исследовались точные решения контактных задач [8, 9] и взаимодействие штампов [10] для трансверсально изотропного полупространства. Цель настоящего исследования — изучить взаимодействие двух одинаковых штампов на ортотропном полупространстве.

* Работа выполнена по гранту РФФИ 15-01-00331.
** E-mail: pozharda@rambler.ru, zamtiana_z30@mail.ru
*** The research is done on RFFI grant no. 15-01-00331.

Контактная задача. В декартовых координатах рассмотрим ортотропное упругое полупространство $z \geq 0$. Оси упругой симметрии совпадают с осями координат. Закон Гука в прямой форме (выражения напряжений через деформации) включает 9 независимых упругих параметров c_{ii} (i=1, 2, 3, 4, 5, 6), c_{12}, c_{13}, c_{23} [1]. Пусть при z=0 в полупространство внедряются два одинаковых абсолютно жестких штампа (эллиптические параболоиды, вершины которых расположены на оси x), основания которых описываются функциями

$$f_{\pm}(x,y)=\frac{(x\pm h)^2}{2R_1}+\frac{y^2}{2R_2}, \quad R_1 \geq R_2.$$

Пусть задача симметрична относительно оси y. Штампы вдавливаются без перекоса одинаковыми силами P, испытывая осадку δ. При заданных упругих параметрах, величинах R_1, R_2, h и осадке δ требуется определить области контакта $\Omega_{\pm}$, контактное давление $q(x,y)=\sigma_z(x,y,0)/c_{33}$ и силу P.
С учетом симметрии задачи $q(-x,y)=q(x,y)$. Тогда ИУ задачи можно свести к ИУ на одном участке. После замен
$x_*=x-h,\ q_*(x_*,y)=q(x,y),\ \ \Omega_* \leftrightarrow \Omega_-$,
это ИУ можно переписать в форме (звездочки далее опускаем):

$$\iint\limits_{\Omega} q(\xi,\eta)[K(\eta-y,\xi-x)+K(\eta-y,\xi+x+2h)]d\xi d\eta = 2\pi[\delta - f(x,y)],\ \ (x,y)\in\Omega, \quad (1)$$

$$f(x,y)=\frac{x^2}{2R_1}+\frac{y^2}{2R_2}, \quad R_1 \geq R_2.$$

Ядро ИУ (1) представимо в форме свободной от квадратур:

$$K(rs_1,rs_2)=\frac{a_0}{r}\cdot\frac{\mu_1\mu_2\mu_3(\mu_1+\mu_2)(\mu_2+\mu_3)(\mu_3+\mu_1)}{p_1\mu_1\mu_2\mu_3-p_2(\mu_1+\mu_2+\mu_3)}=\frac{F(s_1^2,s_2^2)}{r}, \quad (2)$$

$$r=\sqrt{u_1^2+u_2^2}, \quad s_1=\cos\varphi, \quad s_2=\sin\varphi,$$

$$p_1=a_0[\Delta_1 s_1^4+2(2\gamma_6+\gamma_3-\gamma_7\gamma_8)s_1^2s_2^2+\Delta_2 s_2^4],$$

$$p_2=-(\gamma_5 s_1^2+\gamma_4 s_2^2)[\gamma_6(\Delta_1 s_1^4+\Delta_2 s_2^4)+(\Delta-2\gamma_3\gamma_6+2\gamma_6\gamma_7\gamma_8)s_1^2s_2^2].$$

Здесь μ_1, μ_2, μ_3 — корни уравнения

$$a_0\mu^6+a_2\mu^4+a_4\mu^2+a_6=0, \quad \mathrm{Re}\,\mu_k>0, \quad a_0=\gamma_4\gamma_5, \quad (3)$$

$$a_2=-[\gamma_4(\Delta_1-2\gamma_5\gamma_7)+\gamma_5\gamma_6]s_1^2-[\gamma_5(\Delta_2-2\gamma_4\gamma_8)+\gamma_4\gamma_6]s_2^2,$$

$$a_4=[\gamma_6(\Delta_1-2\gamma_5\gamma_7)+\gamma_1\gamma_4\gamma_5]s_1^4+[\gamma_6(\Delta_2-2\gamma_4\gamma_8)+\gamma_2\gamma_4\gamma_5]s_2^4+$$

$$+2s_1^2s_2^2[\frac{\Delta}{2}+\gamma_9(\gamma_4+\gamma_8)(\gamma_5+\gamma_7)+\gamma_4\gamma_5\gamma_6-\gamma_3\gamma_7\gamma_8-\gamma_1\gamma_4\gamma_8-\gamma_2\gamma_5\gamma_7-\gamma_3\gamma_6],$$

$$a_6=-(\gamma_5 s_1^2+\gamma_4 s_2^2)[\gamma_6(\gamma_1 s_1^4+\gamma_2 s_2^4)+(\gamma_1\gamma_2-2\gamma_3\gamma_6-\gamma_3^2)s_1^2s_2^2],$$

$$\gamma_j=c_{jj}c_{33}^{-1}, \quad j=1,2,4,5,6, \quad \gamma_3=c_{12}c_{33}^{-1}, \quad \gamma_7=c_{13}c_{33}^{-1}, \quad \gamma_8=c_{23}c_{33}^{-1}, \quad \gamma_9=\gamma_3+\gamma_6,$$

$$\Delta_1=\gamma_1-\gamma_7^2, \quad \Delta_2=\gamma_2-\gamma_8^2, \quad \Delta=c_{33}^{-3}\det\|c_{nm}\|, \quad n,m=1,2,3.$$

При вычислении ядра (2) в каждой точке приходится решать новое кубическое характеристическое уравнение (по формулам Кардано), получающееся из уравнения (3).

В табл. 1 даны значения безразмерных параметров γ_j (j=1, 2, …, 8) (3) для ряда материалов [2, 3].

Для решения ИУ (3) при условии $q(x,y)=0$, $(x,y)\in\partial\Omega$, используем метод нелинейных граничных ИУ типа Гаммерштейна, позволяющий одновременно определить область контакта и контактное давление. Суть метода подробно изложена в работах [7, 10].

Предположим, что область контакта Ω в ИУ (3) целиком содержится в прямоугольнике
$S=\{|x|\leq a_0,\ |y|\leq b_0\}$.

Таблица 1

Значения характеристик (безразмерные)

Материал	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8
Топаз, $Al_2(F,OH)SiO_4$	0,956	1,183	0,427	0,366	0,451	0,444	0,288	0,298
Ангидрит, $CaSO_4$	0,838	1,652	0,147	0,290	0,237	0,0827	0,136	0,283
Сера, S	0,497	0,424	0,275	0,0890	0,180	0,157	0,354	0,329
Барит, $BaSO_4$	0,832	0,757	0,428	0,112	0,251	0,240	0,283	0,266
Целестин, $SrSO_4$	0,812	0,825	0,601	0,105	0,217	0,207	0,470	0,481
Вольфрамит, $(Mn, Fe) WO_4$	0,758	0,719	0,358	0,216	0,271	0,0871	0,341	0,295
Сегнетова соль, $NaK(C_4H_4O_6)\cdot 4H_2O$	0,687	1,027	0,380	0,361	0,0865	0,264	0,313	0,394
Ясень белый	0,162	0,104	0,0628	0,0702	0,0994	0	0,0878	0,0736
Береза желтая	0,109	0,0698	0,0484	0,0637	0,0693	0,0159	0,0686	0,0532
Дуб красный	0,181	0,0958	0,0559	0,0760	0,0835	0	0,0885	0,0631
Грецкий орех черный	0,142	0,0749	0,0575	0,0558	0,0765	0,0189	0,107	0,0759
Лиственница западная	0,0915	0,0753	0,0322	0,0690	0,0630	0,0070	0,0414	0,0312
Сосна широкохвойная	0,117	0,0633	0,0402	0,0600	0,0710	0,0120	0,0536	0,0312

Прямоугольник S покроем равномерной сеткой из m узлов с шагами h_1 по оси x и h_2 по оси y. При расчете значений ядра в этих узлах его особенности сглаживались по формулам

$$(\xi-x)^2+(\eta-y)^2 \to (\xi-x)^2+(\eta-y)^2+\delta_*, \quad \delta_* = \frac{h_1 h_2}{16}. \tag{4}$$

Регуляризация (4) обеспечивает сходимость метода и отладку программы, давая хорошее совпадение с точным решением для одного эллиптического параболоида, которое имеет вид

$$q(x,y) = q_0\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}, \quad \Omega: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$$

$$P = q_0\iint_\Omega \sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}\,dxdy = \frac{2}{3}\pi ab q_0, \tag{5}$$

где

$$\delta = \frac{abq_0}{8}\int_0^\infty \frac{c(\varphi)d\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi+b^2\sin^2\varphi}}, \quad c(\varphi) = F(\cos^2\varphi, \sin^2\varphi),$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a^2}{2R_1}+\frac{b^2}{2R_2} = \delta, \tag{6}$$

$$c = \int_0^{2\pi}\frac{c(\varphi)\cos^2\varphi d\varphi}{[\varepsilon^2\cos^2\varphi+\sin^2\varphi]^{3/2}}, \quad d = \int_0^{2\pi}\frac{c(\varphi)\sin^2\varphi d\varphi}{[\varepsilon^2\cos^2\varphi+\sin^2\varphi]^{3/2}}, \quad \varepsilon = \frac{a}{b}.$$

При заданных величинах δ, R_1, R_2 сперва из формулы (6) для R_2/R_1 следует найти ε, а затем определить полуоси эллипса контакта a и b из следующей формулы (6). Величина q_0 далее находится из первой формулы (6).

Отметим, что даже при вдавливании кругового штампа ($R_1=R_2$) область контакта в решении (5) будет в общем случае эллиптической.

Численный анализ. При расчетах брали $a_0=b_0$ (прямоугольник S — квадрат). Число узлов бралось от 81 до 289 (при этом наибольшая погрешность вычислений наблюдается вблизи границы области контакта).

Введем безразмерные обозначения (штрихи далее опускаем; контактное давление в (3) уже является безразмерным)

$$x' = \frac{x}{a_0}, \; y' = \frac{y}{a_0}, \; \delta' = \frac{\delta}{a_0}, \; R_1' = \frac{R_1}{a_0}, \; R_2' = \frac{R_2}{a_0}, \; a' = \frac{a}{a_0}, \; b' = \frac{b}{a_0}, \; P' = \frac{P}{a_0^2}.$$

В табл. 2 приведены значения $q_0=q(0,0)$ и P для случая вдавливания круговых параболоидов ($R_1=R_2=0{,}5$) при $\delta=1$. Случай $h=\infty$ соответствует вдавливанию только одного штампа.

Как показывают расчеты, давление и сила возрастают с ростом осадки штампов. При сближении штампов (с уменьшением значения h) проявляется сложный характер взаимодействия штампов: функция распределения контактных давлений становится несимметричной, уменьшаются значения давления и силы.

Таблица 2

Значения давления и силы

Материал	$h=\infty$		$h=5$		$h=1{,}1$	
	q_0	P	q_0	P	q_0	P
Топаз	0,886	0,922	0,873	0,881	0,836	0,763
Ангидрит	0,758	0,788	0,748	0,757	0,720	0,661
Сера	0,514	0,531	0,506	0,504	0,481	0,433
Барит	0,636	0,656	0,626	0,623	0,595	0,534
Целестин	0,557	0,575	0,548	0,546	0,521	0,468
Вольфрамит	0,695	0,724	0,685	0,691	0,656	0,599
Сегнетова соль	0,652	0,663	0,645	0,640	0,622	0,572
Ясень	0,433	0,450	0,426	0,429	0,408	0,371
Береза	0,393	0,409	0,387	0,391	0,371	0,339
Дуб	0,425	0,442	0,418	0,422	0,401	0,366
Орех	0,392	0,407	0,386	0,388	0,369	0,335
Лиственница	0,388	0,404	0,383	0,387	0,367	0,337
Сосна	0,391	0,406	0,385	0,388	0,368	0,336

Материалы из табл. 1 могут быть разделены на 2 типа. К первому типу относятся материалы, для которых выполнено следующее: если к поверхности полупространства из этого материала в начале координат приложена сосредоточенная сила ($q(x,y)=\delta(x)\delta(y)$), то нормальное перемещение поверхности в точке $x=0$, $y=1$ будет больше, чем в точке $x=1$, $y=0$ (ангидрит, сегнетова соль и лиственница). Для остальных материалов (второго типа) больше будет перемещение в точке $x=1$, $y=0$. В случае $h=\infty$ (при внедрении одного кругового параболоида) область контакта вытягивается вдоль той оси, на которой меньше нормальные перемещения точек равноудаленных от начала координат, где приложена нормальная сосредоточенная сила.

Как показывают расчеты области контакта, сделанные для сегнетовой соли и барита ($R_1=R_2=0{,}5$, $\delta=1$), в сравнении со случаем одного штампа ($h=\infty$) взаимодействие близко расположенных штампов ($h=1{,}1$) приводит к уменьшению площади области контакта под каждым штампом (при заданной осадке).

Выводы. Представление ядра ИУ в форме, свободной от квадратур, позволяет эффективно исследовать взаимодействие штампов на ортотропном полупространстве. Аналогично может быть исследован случай, когда вершины штампа расположены на оси y. Развитый метод также может быть применен для случая конических, пирамидальных и других штампов. С практической точки зрения наиболее важными представляются расчеты на контактную прочность для многочисленных пород древесины, которые обладают ортотропной структурой.

Библиографический список

1. Лехницкий, С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. — Москва : Наука, 1977. — 416 с.

2. Александров, К. С. Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород / К. С. Александров, Г. Т. Продайвода. — Москва : СО РАН, 2000. — 347 с.

3. Хантингтон, Г. Упругие постоянные кристаллов / Г. Хантингтон // Успехи физических наук. — 1961. — Т. LXXIV, вып. 3. — С. 461–520.

4. Ватульян, А. О. О действии жесткого штампа на анизотропное полупространство / А. О. Ватульян // В сб.: Статические и динамические смешанные задачи теории упругости. Под ред. И. И. Воровича. — Ростов-на-Дону : Изд-во РГУ, 1983. — С. 112–115.

5. Davtyan, D. B. The action of a strip punch on a transversely isotropic half-space / D. B. Davtyan, D. A. Pozharskii // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2012. — Vol. 76, iss. 5. — P. 558–566.

6. Pozharskii, D. A. Contact problem for a transversely isotropic half-space with an unknown contact region / D. A. Pozharskii // Doklady Physics. — 2014. — Vol. 59, № 3. — P. 144–147.

7. Galanov, B. A. The method of boundary equations of the Hammerstein-type for contact problems of the theory of elasticity when the regions of contact are not known / B. A. Galanov // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 1985. — Vol. 49, iss. 5. — P. 634–640.

8. Davtyan, D. B. Action of an elliptic punch on a transversely isotropic half-space / D. B. Davtyan, D. A. Pozharskii // Mechanics of Solids. — 2014. — Vol. 49, № 5. — P. 576–586.

9. Пожарский, Д. А. Сравнение точных решений контактных задач для трансверсально изотропного полупространства / Д. А. Пожарский, Д. Б. Давтян // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — № 1. — С. 23–28.

10. Bedoidze, M. V. The interaction of punches on a transversely isotropic half-space / M. V. Bedoidze, D. A. Pozharskii // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2014. — Vol. 78, iss. 4. — P. 409–414.

References

1. Lekhnitskiy, S.G. Teoriya uprugosti anizotropnogo tela. [Theory of anisotropic body elasticity.] Moscow: Nauka, 1977, 416 p. (in Russian).

2. Alexandrov, K.S., Prodayvoda, G.T. Anizotropiya uprugikh svoystv mineralov i gornykh porod. [Elastic anisotropy of minerals and formations.]. Moscow: SO RAN, 2000, 347 p. (in Russian).

3. Huntington, G. Uprugie postoyannye kristallov. [Elastic constants of crystals.] Physics – Uspekhi, 1961, vol. LXXIV, iss. 3, pp. 461–520 (in Russian).

4. Vatulyan, A.O. O deystvii zhestkogo shtampa na anizotropnoe poluprostranstvo. [On the action of rigid stamp on anisotropic half-space.] V sb.: Staticheskie i dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti. Pod red. I. I. Vorovicha. [Vorovich, I.I., ed. Static and dynamic mixed problems of elasticity theory.] Rostov-on-Don: RSU Press, 1983, pp. 112–115 (in Russian).

5. Davtyan, D.B, Pozharskii, D.A. The action of a strip punch on a transversely isotropic half-space. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2012, vol. 76, iss. 5, pp. 558–566.

6. Pozharskii, D.A. Contact problem for a transversely isotropic half-space with an unknown contact region. Doklady Physics, 2014, vol. 59, no. 3, pp. 144–147.

7. Galanov, B.A. The method of boundary equations of the Hammerstein-type for contact problems of the theory of elasticity when the regions of contact are not known. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1985, vol. 49, iss. 5, pp. 634–640.

8. Davtyan, D.B., Pozharskii, D.A. Action of an elliptic punch on a transversely isotropic half-space. Mechanics of Solids, 2014, vol. 49, no. 5, pp. 576–586.

9. Pozharskiy, D.A., Davtyan, D.B. Sravnenie tochnykh resheniy kontaktnykh zadach dlya transversal'no izotropnogo poluprostranstva. [Comparison of contact problem exact solutions for transversely isotropic half-space.] Vestnik of DSTU, 2015, no. 1, pp. 23–28 (in Russian).

10. Bedoidze, M.V., Pozharskii, D.A. The interaction of punches on a transversely isotropic half-space. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2014, vol. 78, iss. 4, pp. 409–414.

Поступила в редакцию 09.03.2016
Сдана в редакцию 10.03.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 519.6:534-18 DOI 10.12737/20215

Математические модели динамических систем, включающих слоистые обводненные пористоупругие основания*

Е. А. Усошина[1], Т. В. Суворова[2], А. Н. Соловьев[3]**

[1] ООО «Еврогрупп», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Mathematical models of dynamic systems that include layered watered poroelastic foundations***

E. A. Usoshina[1], T. V. Suvorova[2], A. N. Solovyev[3]**

[1] "Eurogroup" LLC, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является изучение новых математических моделей, включающих в себя генератор колебаний и полуограниченное неоднородное по глубине основание, обладающее пористостью, флюидонасыщенностью, вязкоупругостью. В качестве основания рассмотрены пористоупругий слой, насыщенный смесью жидкости и газа, гетерогенный слой с вязкоупругим покрытием, гетерогенный слой с заглубленным жидким слоем. Основание пакета слоев — жесткое. Действие поверхностного осциллятора представляется в виде ряда Фурье и решается задача с установившимся режимом колебаний. Применение интегрального преобразования Фурье к уравнениям, описывающим сплошные среды, при удовлетворении граничным условиям позволило построить интегральные формулы, описывающие напряженно-деформированное состояние в пакете слоев. Предложен численный алгоритм для изучения зависимости распространения поверхностных волн от механических и геометрических характеристик задачи. Описанные модели широко применяются в геофизике, сейсморазведке, строительстве, проектировании железнодорожных магистралей, конструировании новых материалов.

Ключевые слова: гетерогенная слоистая среда, волновое поле, распространение колебаний, заглубленный жидкий слой.

New mathematical models including an oscillation generator and semi-bounded non-uniform in depth foundation possessing porosity, fluid saturation, and viscoelasticity, are considered. The foundation is represented by a poroelastic layer saturated with gas-liquid mixture, a heterogeneous layer with a viscoelastic coating, and a heterogeneous layer with a subsurface liquid sheet. The foundation of the pack of layers is hard. The operation of the surface oscillator is represented as Fourier series, and the problem of steady-state oscillatory conditions is solved. Applying the Fourier integral transform to the equations that describe continuous media under satisfying boundary conditions allows the construction of integral formulas describing the stress-strain condition in the layer package. A numerical algorithm to study the dependence of the ground-wave propagation on the mechanical and geometrical characteristics of the problem is proposed. The models described are widely used in Geophysics, seismic exploration, construction, railway design, and new material designing.

Keywords: heterogeneous layered medium, wave field, propagation of vibrations, embedded liquid layer.

Введение. Моделирование сложных технических динамических систем, содержащих сосредоточенные и непрерывно распределенные параметры, представляет научный интерес с точки зрения использования в геологии, сейсморазведке, строительстве, проектировании железнодорожных и автомагистралей. Применение таких моделей позволяет совершенствовать биотехнологии, конструировать новые материалы с заданными свойствами. Следует отметить, что требования к проектированию, эксплуатации сложных технических объектов и технологических процессов растут. В связи с этим возникает необходимость изучения новых математических моделей динамических процессов, описываемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений, моделирующих воздействие генера-

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: usoshina_elena@mail.ru, suvorova_tv111@mail.ru, solovievarc@gmail.com
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

тора колебаний, и дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих поведение полуограниченного основания. В качестве основания в настоящей работе рассматриваются случаи гетерогенного слоя (задача A), гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием (задача B), гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем (задача C).

Основная часть.

1. Рассматривается плоская задача о колебаниях гетерогенного слоя (задача A), гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием (задача B), гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем (задача C). Полагаем, что действие генератора колебаний представлено в виде ряда Фурье. Поэтому к лицевой поверхности составного слоя приложена нагрузка $\bar{P}(x)e^{-i\omega t}, -a \le x \le a, y = h_1$, осциллирующая с частотой ω.

$$\bar{q}(x,y,t)\ \Big|_{y=h_1} = \begin{cases} 0, |x| > a, \\ \bar{P}(x)e^{-i\omega t}, |x| \le a \end{cases}, \tag{1}$$

где $\bar{q}(x,y,t) = \{\sigma_{xy}, \sigma_{yy}\}$ — вектор напряжений в верхнем слое.

В верхнем гетерогенном слое нагрузка приложена по типу «непроницаемый поршень», нижний слой лежит на недеформируемом основании.

Вязкоупругое покрытие слоя описывается уравнениями Ламе [1], коэффициенты которого являются величинами с малой комплексной частью в соответствии с гипотезой внутреннего трения Сорокина:

$$\mu\,\Delta u_i + (\lambda+\mu)_{,i} = \rho\,\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2};\ \ i = 1,2\,. \tag{2}$$

Для учета пористости среды, ее газонасыщенности и водонасыщенности чаще всего применяется модель Био — Френкеля [2, 3], уравнение перемещения для которой имеет вид:

$$\rho_{11}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} + b\left(\frac{\partial\ u_i}{\partial t} - \frac{\partial\ v_i}{\partial t}\right) = \sigma^s{}_{ij,i}\,;$$

$$\rho_{12}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{22}\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - b\left(\frac{\partial\ u_i}{\partial t} - \frac{\partial\ v_i}{\partial t}\right) = \sigma^f{}_{,\,i};\, i = 1,2\,, \tag{3}$$

где $u_i(x,y,z,t), v_i(x,y,z,t)\ \ i = 1,2$ — компоненты векторов перемещений упругого скелета и флюида, $\rho_{12} < 0$ — коэффициент динамической связи упругого скелета и жидкости.

Коэффициенты динамической плотности выражаются формулами:

$$\rho_{11} = (1-m)\rho_s - \rho_{12}\,,$$
$$\rho_{22} = (1-m)\rho_f - \rho_{12}\,,$$

где ρ_s, ρ_f — плотности сред упругого скелета и жидкости, m — пористость среды, $b = \dfrac{\eta m^2}{k_o}$, η — коэффициент вязкости жидкости, k_o — коэффициент проницаемости.

Смешанная краевая задача для пористой среды другой модели рассматривалась в [4].

Связь между тензором полных напряжений Γ_{ij} и деформациями упругой e_{ij} и жидкой ε_{ij} фаз выражается в виде:

$$\begin{aligned} &\sigma^s_{ij} = Ae\delta_{ij} + 2Ne_{ij} + Q\varepsilon\,\delta_{ij}\,, \qquad \sigma^f = Q + R\varepsilon, \\ &\vartheta = div\bar{u},\ \ \varepsilon = div\bar{v}, \\ &\Gamma_{ij} = \sigma^s_{ij} + \delta_{ij}\sigma^f,\ \ i,j = 1,2, \end{aligned} \tag{4}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, $\delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0\ i \ne j$; σ^s_{ij} — тензор напряжений, действующих в упругом скелете; σ^f — напряжения, действующие на жидкость в порах; A, N, Q, R — механические характеристики гетерогенной среды, зависящие от скоростей распространения волн в упругом скелете и в жидкости.

Вектор перемещений $\bar{w}\{w_i(x,y,t)\}$ и давление в идеальной жидкости заглубленного слоя выражаются через волновой потенциал $\varphi\,(x,y,t)$:

$$p_0(x,y,t) = -\rho_0\frac{\partial\,\varphi\,(x,y,t)}{\partial t};\ \bar{w}(x,y,t) = grad\ \varphi\,(x,y,t)\,. \tag{5}$$

Так как режим колебаний предполагается установившимся, отделим временной множитель $\bar{u}(x,y,t)=\bar{u}^{*}(x,y)e^{-i\omega t}$. В дальнейшем опускаем знак * и рассматриваем амплитудные значения соответствующих величин.

В задаче А на нижней границе слоя равны нулю нормальное перемещение и касательные напряжения, а также выполнено условие непроницаемости нижней границы:

$$\begin{gathered} u_2(x,y)\ \big|_{y=-h_2} = v_2(x,y)\ \big|_{y=-h_2} = 0; \\ u_2(x,y)\ \big|_{y=h_q} = v_2(x,y)\ \big|_{y=h_1} = 0; |x| \le a, \\ \sigma_{ij}(x,y)\ \big|_{y=-h_2} = 0;\ i \ne j\ . \end{gathered} \tag{6}$$

В задаче В на границах раздела слоев задаются условия сцепления, для гетерогенного и вязкоупругого слоев с номерами $k, k+1$ соответственно граничные условия имеют вид:

$$\begin{gathered} \bar{u}^{k}(x,y)\ \big|_{y=-h_k} = \bar{u}^{k+1}(x,y)\ \big|_{y=-h_k}; \\ u_2^{k}(x,y)\ \big|_{y=-h_k} = v_2^{k}(x,y)_{y=-h_k}; \\ \sigma_{12}^{s,k}(x,y)\ \big|_{y=-h_k} = \sigma_{12}^{k+1}(x,y)\ \big|_{y=-h_k}; \\ (\sigma_{22}^{s,k}(x,y)+\sigma_{22}^{f,k}(x,y))\ \big|_{y=-h_k} = \\ = \sigma_{22}^{k+1}\ (x,y)\ \big|_{y=-h_k}. \end{gathered} \tag{7}$$

В задаче С на границе заглубленного жидкого слоя и пористоупругой среды предполагается свободная фильтрация жидкости через границу. При этом требуется:

$$\begin{gathered} (1-m)u_2(x,y)\ \big|_{y=0} + mv_2(x,y)\ \big|_{y=0} = w_2(x,y)\ \big|_{y=0}, \\ (\sigma_{22}^{s,k}(x,y)+\sigma_{22}^{f,k}(x,y))\ \big|_{y=0} = (m-1)p_0\ \big|_{y=0}, \\ \sigma_{22}^{f,k}(x,y))\ \big|_{y=0} = -mp_0\ \big|_{y=0};\ \ \sigma_{12}^{s,k}(x,y)\ \big|_{y=-h_k} = 0. \end{gathered} \tag{8}$$

2. Волновые поля поставленных задач находятся применением преобразования Фурье:

$$\bar{U}(\alpha,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}(x,y)e^{i\alpha x}dx\ .$$

Представления вектора перемещений в виде вихревой и потенциальной части и использование свойств преобразования Фурье и дифференциальных операторов позволяют свести решение систем уравнений (1)–(8) к волновым уравнениям. Для описания упругой среды достаточно двух потенциалов, для пористоупругой необходимы 3 потенциала среды. Подробнее эти преобразования описаны в работах [5], [6].

Определяя произвольные постоянные из граничных условий, приходим к описанию перемещений в составной полосе. Однако полученные соотношения должны быть преобразованы к виду, подходящему для дальнейшего решения задач о составной полосе, не иметь неопределенностей и обеспечивать устойчивый счет для достаточно больших значений аргумента. Описанный алгоритм громоздких преобразований реализован в пакете *Maple* с помощью операций матричной алгебры *linalg*:

$$\bar{u}(x,y) = \frac{1}{2\pi}\int_{\Re_1} \overline{\overline{G\ (\alpha,y)}}\,\bar{Q}(\alpha)e^{-i\alpha x}d\alpha; \tag{9}$$

$$\bar{Q}(\alpha,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{q}(x,y)e^{i\alpha x}dx\ .$$

Элементы подынтегральных матриц-функций $\overline{\overline{G\ (\alpha,y)}}$ в представлении (9) являются осциллирующими, убывают на бесконечности степенным образом, в комплексной плоскости — мероморфные, имеют вблизи вещественной оси счетное количество полюсов с малой мнимой частью.

Контур интегрирования $\Re_1$ выбирается в соответствии с принципом излучения [5], обходя регулярные положительные особенности подынтегральной функции в нижней комплексной полуплоскости.

Ввиду громоздкости элементов матрицы $\overline{\overline{G(\alpha, y)}}$ приведем значение для элемента $G_{22}(\alpha) = \dfrac{\Delta_0(\alpha)}{\Delta(\alpha)}$, необходимое для вычисления вертикальных перемещений составной полосы в случае нормально приложенной нагрузки.

Задача А (гетерогенный слой):

$$s_k = \sqrt{\alpha^2 - \kappa_n^2}; \quad \kappa_n = \frac{\omega}{V_n}, \; n = 1, 2, 3; \tag{10}$$

$$\Delta(\alpha)/2 = (\gamma_{13}(g_1 s_2 c_{11} s_{12} - g_2 s_1 c_{12} s_{11}) + 2 s_1 s_2 s_3 q_{33}((m_1 - 1)c_{11}s_{12} -$$
$$-(m_2 - 1)c_{12}s_{11})\alpha^2 c_{13} + (g_1 s_2 (m_2 - 1) - g_2 s_1 (m_1 - 1))s_4 c_{11} c_{12} s_{13};$$
$$\Delta_0(\alpha) = (m_2 - m_1)\kappa_3^2 s_1 s_2 s_{12} P(\alpha);$$

$$g_i = 2q_{33}s_i^2 - \kappa_i^2 m_{i+2}. \quad m_{i+2} = q_{11} + q_{12} - 2q_{33} + (q_{12} + q_{22})m_i; \quad i = 1, 2;$$
$$s_{1i} = 1 - \exp(-2s_i h); \; c_{1i} = 1 + \exp(-2s_i h);$$
$$q_{11} = (A + 2N)/H, q_{12}Q/H, q_{22} = R/H, q_6 = 2N/H,$$
$$H = A + 2N + Q + R, s_4 = s_3^2 + \alpha^2, \quad \gamma_{13} = 1 + \gamma_{12}/\gamma_{22}.$$

Здесь V_n — скорости распространения волн трех типов в гетерогенной среде.

Следует отметить, что при $h \to \infty, s_{1i} \equiv c_{1i} \equiv 1$, формулы (10) для слоя вырождаются в формулы для гетерогенного полупространства с непроницаемой границей.

Задача B (двухслойная среда):

$$\Delta(\alpha) = d_2\delta_3^2 + d_1\delta_3 + d_0, \;\; \Delta_0(\alpha) = (d_6\delta_3^2 + d_5\delta_3 + d_4)P(\alpha),$$
$$d_0 = (b_{11}b_{22} + u^2 b_{12}b_{21})\delta^2{}_1\delta^2{}_2,$$
$$d_1 = [(e_3 b_2 + \sigma_1 b_3 b_{11} + \sigma_2 b_4 b_{22})\delta_1 + (e_3 b_1 + \sigma_2 b_3 b_{22} + \sigma_1 b_4 b_{11})\delta_2]\delta_1\delta_2,$$
$$d_2 = e_1\delta_2^2 + [-\sigma_1\sigma_2(b_3^2 + b_4^2) + 2\alpha^2 b_1 b_2]\delta_1\delta_2 + e_2\delta_1^2,$$
$$e_i = \alpha^2 b_i{}^2 - \sigma_1\sigma_2 b_3 b_4; i = 1, 2, \qquad e_3 = \alpha^2(b_{12} - b_{21}),$$
$$d_4 = -\sigma_1 e_4(b_3\delta_2 + b_4\delta_1)\delta_1\delta_2, \qquad d_6 = 4\sigma_1(b_4 e_1\delta_2 + b_3 e_2\delta_1),$$
$$d_5 = b_{22}(e_1\delta_2^2 + e_2\delta_1^2) + \delta_1\delta_2 e_4, \tag{11}$$
$$e_4 = b_{22}(b_3{}^2 + b_4{}^2)\sigma_1\sigma_2 + 4b_3 b_4 b_{11}(\sigma_1)^2 + 2\alpha^2 b_1 b_2 b_{22} + 2\sigma_1 e_3(b_2 b_4 + b_1 b_3), \; b_{11} = \left(2q_{33}s_3 l_4 + \gamma_{13}(q_{41} - q_{42})\right)\alpha^2 + (l_1 - l_2)s_3,$$
$$b_{12} = 2\left((s_2 - s_1)\gamma_{13} + l_4\right)\alpha^2 + 2l_3 - k_3 l_4, \; b_{21} = -l_1\gamma_{13} - 2l_3 q_{33} + l_1 - l_2; b_{22} = l_3,$$
$$\delta_3 = (l_1 - l_2)(\alpha^2 + s_3^2) - 2l_1\gamma_{13} - 4l_3,$$
$$l_1 = 2q_{33}\alpha^2(s_2 - s_1) - q_{41}s_2 + q_{42}s_1,$$
$$l_2 = 2q_{33}\alpha^2(s_2 m_2 - s_1 m_1) - q_{41}s_2 m_2 + q_{42}s_1 m_1,$$
$$l_3 = s_1 s_2 s_3(m_1 - m_2), \qquad l_4 = (m_2 - 1)s_2 - (m_1 - 1)s_1,$$
$$b_1 = 2(\gamma c_1^- c_2^+ - \sigma_1\sigma_2 c_2^- c_1^+), \quad b_2 = 2(\gamma c_2^- c_1^+ - \sigma_1\sigma_2 c_1^- c_2^+),$$
$$b_3 = \theta_2^2 c_1^- c_2^-, \;\; b_4 = \theta_2^2,$$
$$\delta_1 = \gamma^2 c_1^- c_2^+ - u^2\sigma_1\sigma_2 c_2^- c_1^+, \delta_2 = \gamma^2 c_2^- c_1^+ - u^2\sigma_1\sigma_2 c_1^- c_2^+,$$
$$c_i^{\pm} = 1 \pm e^{-2\sigma_i h}, \;\; \gamma = u^2 + \sigma_2{}^2 \qquad \sigma_k = \sqrt{\alpha^2 - \theta_k^2}; \;\; \theta_k^2 = \frac{\omega}{V_k}^2, k = 1, 2.$$

Здесь V_k — скорости продольных и поперечных волн.

Задача С (гетерогенный слой с заглубленным слоем жидкости):

$$\Delta(\alpha)=\tilde{r}_1 r_{21}-\tilde{r}_2 r_{22}+\tilde{r}_3 r_{23};$$

$$\Delta_0(\alpha)=(-s_1^2 r_{22}\tilde{s}_1+s_2^2 r_{42}\tilde{s}_2+r_{44}\tilde{s}_3+(r_{18}+r_{25})c_{11}+$$
$$+(r_{24}-r_{18})c_{21}-\alpha^2/\gamma_6 r_{32}c_{31})P(\alpha);$$

$$r_{21}=r_5 r_7-r_6 r_8+r_9;\ r_{22}=r_4 r_7+\alpha^2(r_6 r_{10}+r_{11});\ r_{23}=-r_4 r_8+\alpha^2(r_5 r_{10}-r_{12});$$

$$\gamma_{3+i}=q_6 s_i{}^2-\kappa_i^2(q_4+q_5 m_i), i=1,2;\ q_{6+i}=-\kappa_i^2(q_{12}+q_{22}m_i);$$

$$\gamma_7=\frac{i\omega\rho_0 m\kappa_3^2 cth\gamma_0 h_2(1-m+mm_2)}{2\gamma_0 q_8 H}, \gamma_0=\sqrt{\alpha^2-\kappa_0^2}; \kappa_0^2=\omega/V_0;$$

$$\gamma_8=(q_7\gamma_5-q_8\gamma_4)/(q_6 q_8),\ \gamma_9=(q_8-m\gamma_5)\gamma_7)/(mq_6), \tilde{s}_i=s_{1i}/s_i;$$

$$q_4=q_{11}+q_{12}-q_6; q_5=q_{12}+q_{22}; m_{i1}=1-m_i; \tag{12}$$

$$r_1=\alpha^2(s_1^2\tilde{s}_1+s_2^2\tilde{s}_2 q_9)+\gamma_6\gamma_8\tilde{s}_3,\ r_2=\gamma_4 c_{11}+q_9\gamma_5 c_{12}+q_6 q_8 c_{13};$$

$$r_3=m_{11}s_1^2\tilde{s}_1+m_{21}s_2^2\tilde{s}_2 q_9+m_{31}\gamma_8\tilde{s}_3,\ r_4=\alpha^2(\gamma_7 s_1^2\tilde{s}_2/\gamma_6-c_{13})+\gamma_9\tilde{s}_3;$$

$$r_5=(\gamma_5\gamma_7 c_{12}+q_6\gamma_9 c_{13}-\alpha^2 s_3^2 q_6\tilde{s}_3)/\gamma_6;$$

$$r_6=(m_{21}\gamma_2\gamma_7\tilde{s}_2+m_{31}\gamma_9\tilde{s}_3-m_{31}\alpha^2 c_{13})/\gamma_6;$$

$$r_7=m_{21}c_{12}-m_{11}c_{11},\ r_8=\gamma_4\tilde{s}_1-\gamma_5\tilde{s}_2, r_9=m_{21}\gamma_4\tilde{s}_1 c_{12}-m_{11}\gamma_5\tilde{s}_2 c_{11};$$

$$r_{10}=-c_{12}+c_{11}, r_{11}=(m_1-m_2)c_{12}c_{11}, r_{12}=\gamma_4\tilde{s}_1 c_{12}-\gamma_2\tilde{s}_2 c_{11}, r_{18}=r_1 r_6-r_3 r_4;$$

$$r_{23+i}=r_i s_i m_{i1}-\alpha^2 s_3 r_3, i=1,2;$$

$$r_{40+i}=(-1)^{i+1}q_9 r_{2i}+\gamma_7/\gamma_6 r_{3i};$$

$$r_{42+i}=(-1)^{i+1}\gamma_8 r_{2i}+\gamma_9/\gamma_6 r_{3i}.$$

Здесь V_0 — скорость распространения волн в жидкости.

Подынтегральные функции (10)–(12) представлены как отношения целых функций в виде, обеспечивающем устойчивый счет интегралов на полубесконечном промежутке. Нули дисперсионных функций — знаменателей подынтегральных функций определяют скорость волн рэлеевского типа, распространяющихся по лицевой поверхности среды.

3. В ближней зоне интегралы вычисляются интегрированием по комплексному контуру. В области, дальней от приложения нагрузки, соотношение (9) можно вычислить по вычетам [7]. При этом значения полюсов находится численно из решения дисперсионного уравнения $\Delta(\alpha)=0$. Первый полюс порождает распространяющуюся по поверхности волну, которая переносит наибольшую долю энергии. Величина полюса определяет скорость распространения волны.

Численный анализ проводился при следующих механических характеристиках, определяющих вязкоупругую и гетерогенную среду [8–10], что соответствует водонасыщенному песчанику:

$$\rho=1700\ кг/м^3,\ V_s=120\, м/с,\ V_p=208\, м/с;$$

$$h_1=0{,}4\ м,\ h_2=0{,}1\ м, \text{ a}=1\ м;$$

$$\rho_s=2100\ кг/м^3, V_1=160\ м/с, V_2=277\ м/с;$$

$$Q=0{,}5585\cdot 10^7\ па,\ R=0{,}1746\cdot 10^7\ па;$$

$$A=0{,}4272\cdot 10^8\ па, N=0{,}4311\cdot 10^7\ па,\ \rho_f=1000\ кг/м^3.$$

Для всех типов оснований численный анализ дисперсионных соотношений выявил определенные закономерности. При увеличении жесткости скелета обводненного основания скорость распространения поверхностных волн увеличивается. Увеличение пористости гетерогенной среды, увеличение плотности флюида, насыщающего поры, напротив, приводят к уменьшению скорости распространения волн по поверхности среды. Эти закономерности иллюстрирует рис. 1.

Рис. 1. Изменение полюса двухслойного основания при изменении жесткости подстилающего гетерогенного полупространства Vs и плотности жидкости в порах *ro f*

Наличие жидкого слоя значительно увеличивает динамичность среды, особенно при низких частотах. На рис. 2 представлены графики, иллюстрирующие распространение волн по поверхности гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем — верхние кривые, и гетерогенного слоя на жестком основании — нижние кривые. По вертикальной оси отложены безразмерные перемещения, по горизонтальной оси — безразмерное расстояние от области приложения нагрузки.

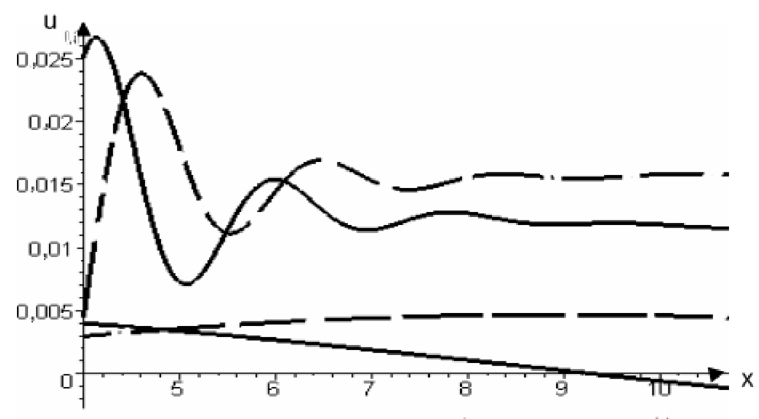


Рис. 2. Зависимость действительной (сплошная линия) и мнимой (штриховая линия) части вертикальных перемещений поверхности среды u от расстояния x до области приложения нагрузки

Описанный метод решения задач применим и к соответствующим задачам в пространственной постановке.

Выводы. При изменении геометрических и механических характеристик любого из составляющих слоев основания, обладающего пористостью, флюидонасыщенностью, вязкоупругими свойствами, изменяется волновое поле на поверхности пакета слоев. Применение простейших моделей оснований типа полупространства Винклера приводит к искажению качественной картины динамического процесса и не может использоваться при моделировании проблем динамики.

Авторы выражают благодарность профессору ЮФУ М. А. Сумбатяну за внимание к работе.

Библиографический список

1. Горшков, А. Г. Теория упругости и пластичности / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. — Москва : Физматлит, 2002. — 440 с.

2. Био, М. А. Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде / М. А. Био // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. — 1963.— Т. 6, № 82. — С. 103–134.

3. Burridge, R. Poroelasticity equations derived from microstructure / R. Burridge, J.-B. Keller // The Journal of the Acoustical Society of America. — 1981. — Vol. 70, № 4. — P. 1140–1146.

4. Scalia, A. Contact problem for porous elastic half-plane / A. Scalia, M. A. Sumbatian // Journal of elasticity. — 2000. — Vol. 60, № 32. — P. 91–102.

5. Суворова, Т. В. Колебания составного гетерогенного слоя / Т. В. Суворова, Е. А. Усошина // Экологический вестник научных центров ЧЭС. — 2010. — № 2. — С. 74–79.

6. Колесников, В. И. Моделирование динамического поведения системы «верхнее строение железнодорожного пути — слоистая грунтовая среда» / В. И. Колесников, Т. В. Суворова. — Москва : ВИНИТИ РАН, 2003. — 232 с.

7. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. — Москва : Наука, 2004. — 336 с.

8. Chao-Lung, Yeh. An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils / Yeh Chao-Lung, Lo Wei-Cheng, Jan Chyan-Deng // American Geophysical Union. Fall Meeting. — 2006. — № 12. — P. 31.

9. Sumbatyan, M. A. Dynamic Contact Problem for a Heterogeneous Layer with a Liquid Sheet on a Non-Deformable Foundation [Электронный ресурс] / M. A. Sumbatyan, A. Scalia, H. A. Usoshina // Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA 2015) : Abstracts & Schedule of 15 International Conference / Southern Federal University. — Azov, 2015. — Режим доступа: http://phenma 2015.math.sfedu.ru. — P. 239–240 (дата обращения : 16.07.16).

10. Hofmann, M. Parameter identification for partially saturated soil models / M. Hofmann, T. Most, G. Hofstetter // 2nd International Conference on Computational Methods in Tunneling / Ruhr University Bochum. — Bochum : Aedificatio Publishers, 2009. — P. 1–4.

References

1. Gorshkov, A.G., Starovoytov, E.I., Tarlakovskiy, D.V. Teoriya uprugosti i plastichnosti. [Theory of elasticity and plasticity.] Moscow: Fizmatlit, 2002, 440 p. (in Russian).

2. Bio, M.A. Mekhanika deformirovaniya i rasprostraneniya akusticheskikh voln v poristoy srede. [Mechanics of deformation and propagation of acoustic waves in porous medium.] Mechanics. Periodic coll. of translations of foreign papers. 1963, vol. 6, no. 82, pp. 103–134 (in Russian).

3. Burridge, R., Keller, J.-B. Poroelasticity equations derived from microstructure. The Journal of the Acoustical Society of America, 1981, vol. 70, no. 4, pp. 1140–1146.

4. Scalia, A., Sumbatian, M.A. Contact problem for porous elastic half-plane. Journal of elasticity, 2000, vol. 60, no. 32, pp. 91–102.

5. Suvorova, T.V., Usoshina, E.A. Kolebaniya sostavnogo geterogennogo sloya. [Oscillation of composite heterogeneous layer.] Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea economic cooperation, 2010, no. 2, pp. 74–79 (in Russian).

6. Kolesnikov, V.I., Suvorova, T.V. Modelirovanie dinamicheskogo povedeniya sistemy «verkhnee stroenie zheleznodorozhnogo puti — sloistaya gruntovaya sreda». [Simulation of dynamic behavior of the system "track structure - layered soil ground".] Moscow: VINITI RAN, 2003, 232 p. (in Russian).

7. Sveshnikov, A.G., Tikhonov, A.N. Teoriya funktsiy kompleksnoy peremennoy. [Complex variable theory.] Moscow: Nauka, 2004, 336 p. (in Russian).

8. Chao-Lung Yeh, Lo Wei-Cheng, Jan Chyan-Deng. An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils. American Geophysical Union. Fall Meeting. 2006, no. 12, p. 31.

9. Sumbatyan, M.A., Scalia, A., Usoshina, H.A. Dynamic Contact Problem for a Heterogeneous Layer with a Liquid Sheet on a Non-Deformable Foundation. Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA 2015): Abstracts & Schedule of 15 International Conference. Southern Federal University. Azov, 2015. Available at: http://phenma 2015.math.sfedu.ru. pp. 239–240 (accessed: 16.07.16).

10. Hofmann, M., Most, T., Hofstetter, G. Parameter identification for partially saturated soil models. 2nd International Conference on Computational Methods in Tunneling. Ruhr University Bochum. Bochum: Aedificatio Publishers, 2009, pp. 1–4.

Поступила в редакцию 04.05.2016
Сдана в редакцию 04.05.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 533.692 DOI 10.12737/20212

Изучение влияния некоторых геометрических преобразований задней кромки профилей на их аэродинамические характеристики*

К. И. Мещеряков[1], М. А. Сумбатян[2]**
[1, 2] Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Study on effect of some geometric transformations of the trailing edge of airfoils on their aerodynamic parameters***

K. I. Mescheryakov[1], M.A. Sumbatyan[2]**
[1, 2] Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель работы — определить, каким образом геометрические преобразования задней кромки профилей влияют на аэродинамические параметры. Рассмотрены такие преобразования, как утолщение задней кромки и ее закругление. Проведен расчет характеристик профилей Wortmann FX 63-137, NACA 23024 и Clark Y, оценено влияние преобразований задней кромки на их аэродинамические характеристики при числах Рейнольдса от 200000 до 1000000. Показано, что утолщение задней кромки приводит к увеличению коэффициента силы сопротивления до достижения некоторого зависящего от профиля числа Рейнольдса, после чего происходит его уменьшение. При этом наблюдается увеличение коэффициента подъемной силы. Закругление задней кромки приводит к уменьшению как подъемной силы, так и силы сопротивления и может способствовать улучшению аэродинамического качества профиля при некоторых углах атаки. Полученные данные могут быть применены при производстве лопастей с использованием рассмотренных профилей.

Ключевые слова: крыльевой профиль, преобразования задней кромки, аэродинамические характеристики, коэффициент подъемной силы, коэффициент лобового сопротивления.

The work objective is to evaluate how the geometric transformations of the trailing edge of some airfoils affect the aerodynamic characteristics. Such transformations as the trailing edge thickening and rounding are considered. The performance of Wortmann FX 63-137, NACA 23024 и Clark Y is calculated. The effect of the trailing edge changes on their aerodynamic performance at Reynolds numbers from 200,000 to 1,000,000 is assessed. It is shown that the thickening of the trailing edge increases the drag coefficient up to some Reynolds number dependent on the airfoil, and thereafter it reduces. At that the increase of the lift coefficient is observed. The rounding of the trailing edge reduces both the lift and drag forces, and it can lead to the improvement of the airfoil lift-to-drag ratio for certain angles of attack. The data obtained can be used in the manufacture of blades with the profiles discussed.

Keywords: airfoil, trailing edge transformations, aerodynamic parameters, lift coefficient, head drag coefficient.

Введение. В настоящее время для расчета аэродинамических характеристик лопастей используются элементно-импульсная теория и метод несущей линии. Такой подход требует знания безразмерного коэффициента подъемной силы C_Y и безразмерного коэффициента лобового сопротивления C_Q крыльевых профилей, используемых в сечениях лопасти. Данные коэффициенты зависят от угла атаки $\alpha_{атаки}$ и числа Рейнольдса *Re* набегающего на лопасть потока.

При производстве лопастей для достижения идеально острой задней кромки ее толщина зачастую уменьшается путем шлифовки, что представляет собой дорогой и трудоемкий процесс. Это предопределяет важность получения данных для оценки целесообразности проведения процесса заострения задней кромки лопасти.

Влияние толщины треугольного крыла и его задней кромки на обтекание исследовалось с помощью метода сквозного счета [1]. Было показано, что тупая задняя кромка может привести к увеличению подъемной силы на 15–20 %, хотя качество крыла при этом значительно ухудшается. В [2] описан натурный эксперимент обтекания конструкции, состоящей из плоской пластины, закругленной секции и концевой пластины при $Re = 2{,}4 \cdot 10^6 \ldots 2{,}6 \cdot 10^6$. Показана следующая закономерность. Относительное утолщение кромки концевой пластины на 0,33 % хорды не оказывает заметного влияния на распределение давления и структуру пограничного слоя, если не происходит отрыва пограничного слоя. В противном случае (т. е. при отрыве) отмечается заметное влияние на характер течения и структуру

* Работа выполнена по гранту № 213.01-11/2014-68ПЧ.
** E-mail: m.keyran@gmail.com, sumbatma@mail.ru
*** The research is done on grant no. 213.01-11/2014-68ПЧ.

рециркуляции при углах атаки, соответствующих отрыву. В [3] приведен обзор литературы, в которой рассматриваются различные варианты преобразования геометрии задней кромки для толстых крыльевых профилей. Было замечено, что утолщение задней кромки может повысить подъемную силу. С другой стороны, таким образом увеличивается сила сопротивления. В [4] был проведен численный анализ профилей *NACA* 4421 с укороченной и утолщенной задними кромками для $Re = 3{,}2 \cdot 10^6$. Показано, что оба профиля обладают повышенным максимальным коэффициентом C_Y и повышенным коэффициентом C_Q. Кроме того, указано, что утолщение задней кромки приводит к более заметному повышению C_Y, чем ее укорачивание. В [5] рассматривается лопасть, основанная на аэродинамическом профиле *NACA* $63_2 - 215$ с длиной хорды, равной 0,24 м. Ее обтекает поток воздуха скоростью от 5 до 30 м/с, что соответствует Re до $4{,}5 \cdot 10^5$. Исследованы два типа изменения геометрии задней кромки: чистое утолщение и утолщение с добавлением полуцилиндрического элемента. Показано, что относительное утолщение задней кромки $\theta_d = \frac{\theta(b)}{b} > 0{,}05$ приводит к неприемлемому (>15 %) ухудшению аэродинамических характеристик профиля.

Цель данной работы — получение данных о коэффициентах C_Y и C_Q для различных преобразований задней части профиля. Расчет проводился для:

— диапазона чисел $Re \in [2 \cdot 10^5, 10^6]$ с шагом, равным $2 \cdot 10^5$;

— диапазона $\alpha_{атаки} \in [-25°, 25°]$ с шагом, равным 1°.

Был проведен анализ следующих аэродинамических профилей: *Wortmann FX* 63-137, *NACA* 23024 и *Clark Y* (рис. 1).

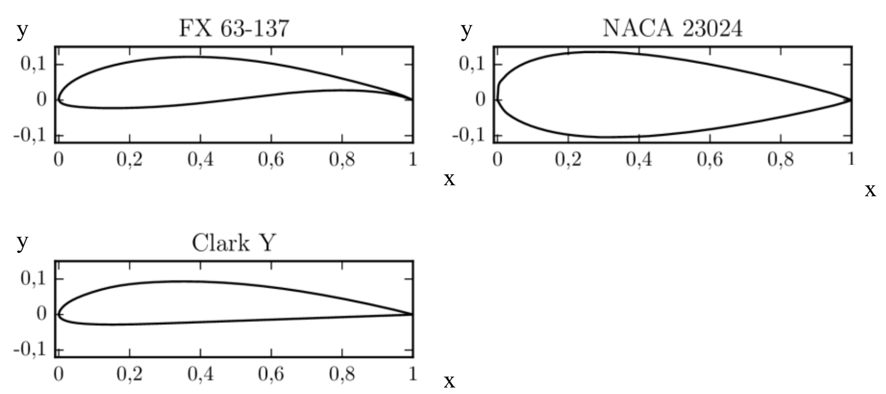


Рис. 1. Рассматриваемые крыльевые профили (координаты *x* и *y* даны в безразмерном виде)

Wortmann FX 63-137 является классическим профилем, предназначенным для работы при низких *Re* ($Re < 10^6$). Он обладает очень тонкой задней кромкой, которая на практике утолщается из конструктивных соображений. Этот профиль широко используется при построении быстроходных ветроэнергетических установок малого диаметра [6, 7].

NACA 23024 представляет семейство толстых профилей. Их структурные преимущества позволяют выдерживать интенсивную нагрузку [8] и часто используются на участке лопасти, близкой к основанию ротора [9, 10]. Толстые профили обладают относительно небольшим коэффициентом C_Y и для его увеличения могут подвергаться обрезанию задней кромки [3, 10].

В 1922 году В. Кларк разработал профиль *Clark Y* [11]. Он характеризуется разумным соотношением подъемной силы к силе сопротивления, а плоская нижняя сторона упрощает производство основанных на нем лопастей. Указанное преимущество предопределило довольно широкое использование *Clark Y* в любительском авиастроении и ветроэнергетике [12], т. к. в данных областях создание лопастей с острой задней кромкой затруднительно.

Экспериментальная часть. Для анализа влияния технологических факторов на аэродинамические характеристики профилей были рассмотрены:

1) исходный профиль (тип-1);

2) профиль с утолщенной задней кромкой (тип-2);

3) профиль с закругленной задней кромкой (тип-3).

Тип-2 получен путем линейного увеличения начиная с некоторой начальной точки локальной толщины $\theta(x)$ (размер профиля в направлении, перпендикулярном его хорде). Локальная толщина представляется в виде

$$\begin{cases} \theta(x) & x < x_a \\ (\theta(x) + \theta_d (1 - \frac{x-1}{x_a - 1}))\sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{x_a - 1}\right)}, & x \ge x_a \end{cases},$$

где θ_d — требуемое относительное утолщение задней кромки профиля при $x = b$; b — длина хорды профиля; x_a — начальная точка изменения геометрии профиля.

Тип-3 получен путем закругления задней кромки следующим образом:

$$\begin{cases} \theta(x) & x < x_a \\ (\theta(x) + \theta_d(1 - \frac{x-1}{x_a - 1}))\sqrt{1 - \left(\frac{x - x_a}{x_a - 1}\right)^2}, & x \geq x_a \end{cases},$$

В данной работе был проведен расчет для x_a=0,9b, θ_d=0,007b.

Расчет производился в пакете конечных объемов *ANSYS Fluent*. В качестве модели турбулентности использовалась модель Спаларта — Аллмараса [13]. Инициализация расчетной области метода конечных объемов производилась параметрами стандартной атмосферы на уровне моря [14]. Для ускорения процесса производился циклический расчет по $\alpha_{атаки}$, при котором область инициализировалась значениями, полученными на предыдущем шаге, что значительно уменьшало время, требуемое для достижения сходимости решения (рис. 2).

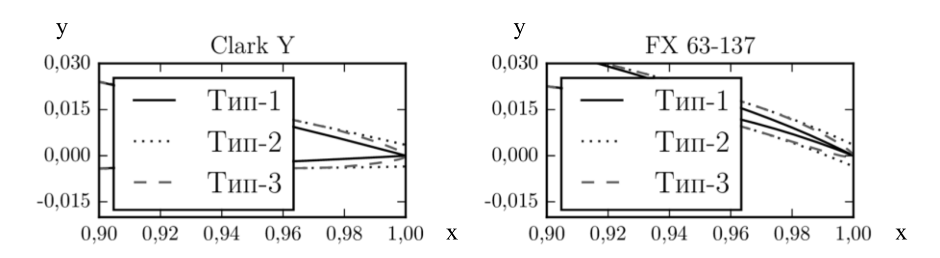


Рис. 2. Геометрические преобразования задней кромки (координаты x и y даны в безразмерном виде)

Обсуждение и результаты.

Wortmann FX 63-137

Утолщение задней кромки профиля Wortmann FX 63-137 не приводит к значительным изменениям аэродинамических параметров. Можно отметить небольшое увеличение коэффициента сопротивления C_Q при $Re < 8 \cdot 10^5$ (порядка 3–4 % при положительных $\alpha_{атаки}$) и его уменьшение при $Re \geq 8 \cdot 10^5$ (порядка 2–3 % при положительных $\alpha_{атаки}$). При этом увеличивается коэффициент подъемной силы C_Y (до 2 %) (рис. 3).

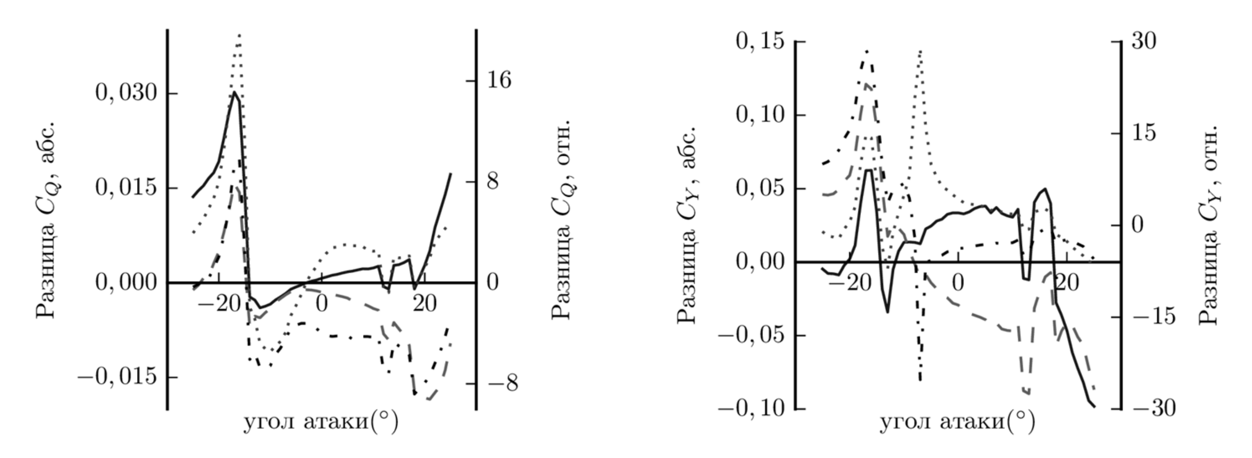


Рис. 3. Разница зависимости от угла атаки коэффициента лобового сопротивления и коэффициента подъемной силы. Профиль *Wortmann FX* 63-137 при Re = 600000 с преобразованием задней кромки и не измененный: сплошная линия — абсолютная разница для типа-2; пунктир — абсолютная разница для типа-3; точка — относительная разница для типа-2 (%); штрих-точка — относительная разница для типа-3 (%)

Закругление задней кромки приводит к уменьшению как C_Y, так и C_Q. При этом с ростом числа Re уменьшение C_Q становится более значительным — от ~2 % (если $Re = 2 \cdot 10^5$) до ~10 % (если $Re = 10^6$) при положительных углах атаки. Уменьшение C_Y достигает 5 %, если $Re = 10^6$. При углах атаки, близких к критическому, аэродинамическое качество C_Y/C_Q увеличивается до ~10 %, если $Re \geq 6 \cdot 10^5$, что делает такое изменение геометрии обоснованным.

NACA 23024

Применение к толстому профилю *NACA* 23024 операции утолщения задней кромки приводит к существенному (до 7 %) увеличению C_Y при положительных углах атаки и столь же значительному снижению при отрицательных (значения Re — в рассматриваемом диапазоне). Если $Re \geq 6 \cdot 10^5$, коэффициент C_Q незначительно (порядка 1 %) уменьшается при углах атаки вплоть до критического. Если *Re* меньше, C_Q увеличивается на 2–3 %. Аэродинамическое качество увеличивается на 7–10 % при $Re \geq 6 \cdot 10^5$ для положительных углов атаки. Стоит отметить значительное уменьшение критического угла атаки при $Re \geq 6 \cdot 10^5$ (рис. 4).

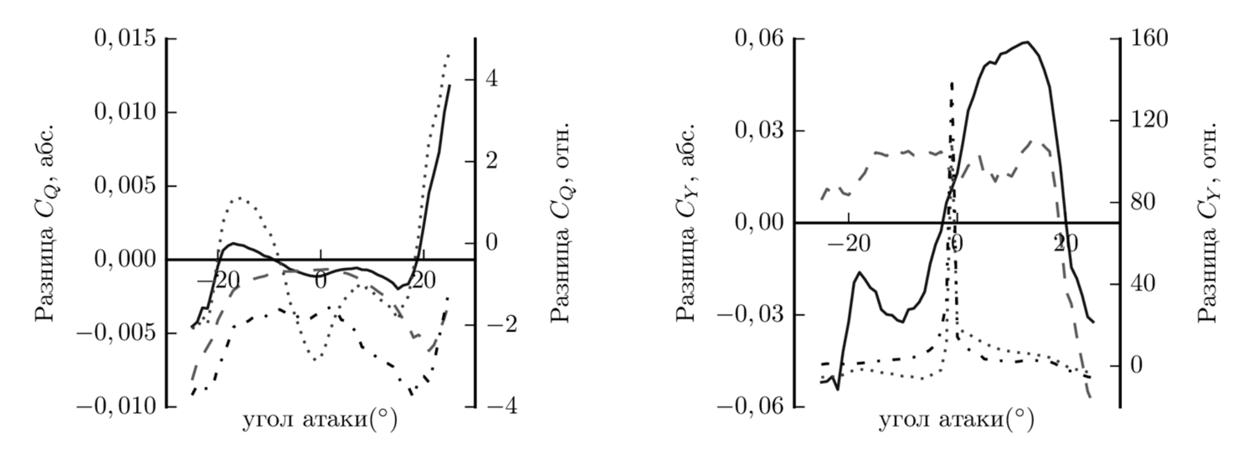


Рис. 4. Разница зависимости от угла атаки коэффициента лобового сопротивления и коэффициента подъемной силы. Профиль *NACA* 23024 при *Re* = 600000 с преобразованием задней кромки и не измененный: сплошная линия — абсолютная разница для типа-2; пунктир — абсолютная разница для типа-3; точка — относительная разница для типа-2 (%); штрих-точка — относительная разница для типа-3 (%)

Применение операции закругления к задней кромке профиля слабо влияет на коэффициент C_Y, но приводит к уменьшению (1,5–2,5 %) C_Q на углах атаки, близких к критическому. В целом, аэродинамическое качество улучшается (1,5–2,5 %) на углах атаки, близких к критическим, незначительно изменяясь в остальных случаях.

Clark Y

Расчет, проведенный для профиля *Clark Y*, показал следующее. При всех рассмотренных числах *Re* с утолщением задней кромки коэффициент подъемной силы C_Y значительно (до 5 %) возрастает, и чем больше число *Re*, тем более значимо увеличение C_Y. Коэффициент C_Q повышается до 7 % при положительных углах атаки. Это ведет к ухудшению отношения C_Y/C_Q на $\sim$ 3 %. Кроме того, уменьшается критический угол атаки. В целом, полученные результаты показывают, что применение утолщения задней кромки для профиля *Clark Y* является нежелательным в случаях, в которых заметное влияние оказывает сила сопротивления (рис. 5).

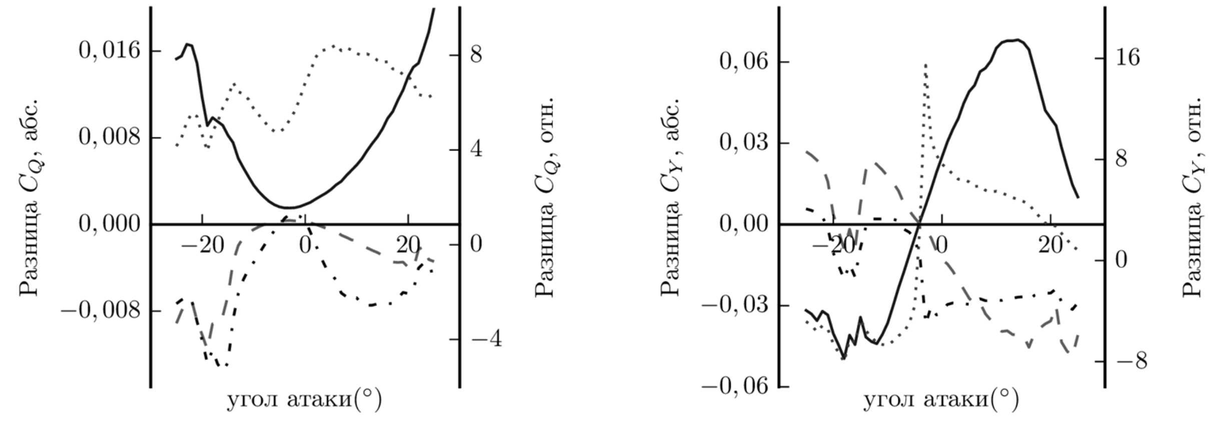


Рис. 5. Разница зависимости от угла атаки коэффициента лобового сопротивления и коэффициента подъемной силы. Профиль *Clark Y* при *Re* = 600000 с преобразованием задней кромки и не измененный: сплошная линия — абсолютная разница для типа-2; пунктир — абсолютная разница для типа-3; точка — относительная разница для типа-2 (%); штрих-точка — относительная разница для типа-3 (%)

Закругление задней кромки профиля *Clark Y* приводит к уменьшению коэффициента подъемной силы C_Y на 2–4 % при положительных углах атаки и к его увеличению на 2–4 % при отрицательных. При этом C_Q уменьшается на 2–4 % как при положительных, так и при отрицательных углах атаки. Отношение C_Y/C_Q изменяется незначительно.

Выводы. Исследования характеристик трех крыльевых профилей в случае применения геометрических преобразований к их задним кромкам позволяет сделать следующие выводы. При положительных углах атаки утолщение задней кромки приводит к увеличению силы сопротивления (относительно профиля с острой задней кромкой) до достижения некоторого зависящего от профиля числа *Re*, после чего начинает уменьшаться. При этом наблюдается некоторое увеличение подъемной силы (от 2 % до 7 %). С другой стороны, закругление задней кромки приводит к уменьшению как C_Y, так и C_Q.

Библиографический список

1. Минайлос, А. Влияние толщины профиля и задней кромки на поле течения и аэродинамические характеристики треугольного крыла малого удлинения при числе M = 3 / А. Минайлос // Ученые записки ЦАГИ. — 1976. — Т. 7, №. 5. — С. 9–14.

2. Thompson B. E. Flow-around airfoils with blunt, round, and sharp trailing edges / B.-E. Thompson, J.-H. Whitelaw // Journal of aircraft. — 1988. — Vol. 25, iss. 4. — P. 334–342.

3. Van Dam, C.-P. Trailing edge modifications for flatback airfoils / C.-P. Van Dam, D.-L. Kahn, D.-E. Berg ; Sandia National Laboratories. — Albuquerque ; Livermore : Sandia National Laboratories ; Wind Energy Technology, 2008. — 23 p.

4. Murcia, J.-P., Pinilla Á. CFD Analysis of Blunt Trailing Edge Airfoils Obtained with Several Modification Methods / J.-P. Murcia, Á. Pinilla // Revista de Ingeniería. — 2011. — iss. 33. — P. 14–24.

5. Sant, R. Influence of open trailing edge on laminar aerofoils at low Reynolds number / R. Sant, L. Ayuso, J. Meseguer // Journal of Aerospace Engineering. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G. — 2012. — Vol. 227, iss. 9. — P. 1456–1467.

6. Selig, M.-S. Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines / M.-S. Selig, B.-D. McGranahan // Journal of solar energy engineering. — 2004. — Vol. 126, iss. 4. — P. 986–1001.

7. A review on small scale wind turbines / A. Tummala [et al.] // Renewable and Sustainable Energy Reviews. — 2016. — Vol. 56. — P. 1351–1371.

8. Kong, C. Structural investigation of composite wind turbine blade considering various load cases and fatigue life / C. Kong, J. Bang, Y. Sugiyama // Energy. — 2005. — Vol. 30, iss. 11. — P. 2101–2114.

9. Timmer, W. Thick airfoils for HAWTs / W. Timmer, R. van Rooy // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. — 1992. — Vol. 39, iss. 1. — P. 151–160.

10. Grasso, F. Development of Thick Airfoils for Wind Turbines / F. Grasso // Journal of Aircraft. — 2013. — Vol. 50, iss. 3. — P. 975–981.

11. Piccirillo, A.-C. The Clark Y airfoil: A historical retrospective / A.-C. Piccirillo // SAE transactions. — 2000. — Vol. 109, iss. 1. — P. 1016–1036.

12. Ganis, M. L. CFD Analysis of the Characteristics of a Shrouded Turbine / M.-L. Ganis. — Hamburg : Diplom.de, 2003. — 73 p.

13. Spalart, P.-R. A one equation turbulence model for aerodinamic flows / P.-R. Spalart, S.-R. Allmaras // Recherche Aerospatiale. — 1994. — iss. 1. — P. 5–21.

14. Атмосфера стандартная. Параметры. ГОСТ 4401-81 / Государственный комитет СССР по стандартам. — Москва : Изд-во стандартов, 1981. — 179 с.

References

1. Minaylos, A. Vliyanie tolshchiny profilya i zadney kromki na pole techeniya i aerodinamicheskie kharakteristiki treugol'nogo kryla malogo udlineniya pri chisle M = 3. [Effect of profile thickness and trailing edge on flow field and aerodynamic characteristics of the narrow delta wing at M number = 3.] TsAGI Science Journal, 1976, vol. 7, no. 5, pp. 9–14 (in Russian).

2. Thompson, B.E., Whitelaw, J.-H. Flow-around airfoils with blunt, round, and sharp trailing edges. Journal of aircraft, 1988, vol. 25, iss. 4, pp. 334–342.

3. Van Dam, C.-P., Kahn, D.-L., Berg, D.-E. Trailing edge modifications for flatback airfoils. Albuquerque; Livermore: Sandia National Laboratories; Wind Energy Technology, 2008, 23 p.

4. Murcia, J.-P., Pinilla, Á. CFD Analysis of Blunt Trailing Edge Airfoils Obtained with Several Modification Methods. Revista de Ingeniería, 2011, iss. 33, pp. 14–24.

5. Sant, R., Ayuso, L., Meseguer, J. Influence of open trailing edge on laminar aerofoils at low Reynolds number. Journal of Aerospace Engineering. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G. 2012, vol. 227, iss. 9, pp. 1456–1467.

6. Selig, M.-S., McGranahan, B.-D. Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines. Journal of solar energy engineering, 2004, vol. 126, iss. 4, pp. 986–1001.

7. Tummala, A., et al. A review on small scale wind turbines. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2016, vol. 56, pp. 1351–1371.

8. Kong, C., Bang, J., Sugiyama, Y. Structural investigation of composite wind turbine blade considering various load cases and fatigue life. Energy, 2005, vol. 30, iss. 11, pp. 2101–2114.

9. Timmer, W., van Rooy, R. Thick airfoils for HAWTs. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1992, vol. 39, iss. 1, pp. 151–160.

10. Grasso, F. Development of Thick Airfoils for Wind Turbines. Journal of Aircraft, 2013, vol. 50, iss. 3, pp. 975–981.

11. Piccirillo, A.-C. The Clark Y airfoil: A historical retrospective. SAE transactions, 2000, vol. 109, iss. 1, pp. 1016–1036.

12. Ganis, M.-L. CFD Analysis of the Characteristics of a Shrouded Turbine. Hamburg: Diplom.de, 2003, 73 p.

13. Spalart, P.-R., Allmaras, S.-R. A one equation turbulence model for aerodinamic flows. Recherche Aerospatiale, 1994, iss. 1, pp. 5–21.

14. Atmosfera standartnaya. Parametry. GOST 4401-81. [GOST 4401-81. Standard atmosphere. Parameters.] Gosudarstvennyy komitet SSSR po standartam. [USSR State Standards Committee.] Moscow: Standartinform, 1981, 179 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 14.06.2016
Сдана в редакцию 15.06.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9:531.3 DOI 10.12737/20344

Особенности формирования притягивающих многообразий в окрестности стационарных траекторий попутного фрезерования концевыми фрезами*

В. Л. Заковоротный[1], А. А Губанова[2], А. Д. Лукьянов[3]**

[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Attracting manifolds forming features in neighborhood of cutdown endmilling trajectories***

V. L. Zakovorotny[1], A. A. Gubanova[2], A. D. Lukyanov[3]**

[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является анализ притягивающих множеств, формируемых при фрезеровании концевыми фрезами. Предварительно рассмотрено формирование стационарных траекторий периодических деформационных смещений инструмента относительно заготовки и их устойчивости. В данном случае движения образуют притягивающее множество, задаваемое траекториями периодических изменений толщины и ширины срезаемого слоя каждым зубом фрезы с учетом деформационных смещений. В отличие от ранее рассмотренных случаев, в статье анализируются притягивающие множества, формируемые при потере устойчивости стационарной траектории. Показано, что в зависимости от параметров системы и технологических режимов в динамической системе фрезерования могут формироваться притягивающие множества типа предельных циклов, инвариантных торов и странных (хаотических) аттракторов. При этом анализируются два случая. В первом параметры системы (прежде всего — скорости резания) позволяют пренебречь изменениями коэффициентов в дифференциальных уравнениях в пределах импульсной реакции системы. Во втором случае параметры системы изменяются в пределах импульсной реакции системы — и в ней образуется дополнительный источник параметрического самовозбуждения. Значительное внимание в статье уделено анализу бифуркаций притягивающих множеств в параметрическом пространстве: дается общий анализ и приводятся примеры. Притягивающие множества анализируются под углом зрения их влияния на параметры качества изготовления деталей.

Ключевые слова: процесс фрезерования концевыми фрезами, притягивающие множества, бифуркации, управление, параметры качества изготовления деталей.

The work objective is to analyze the attracting manifolds generated under the endmilling. The formation of the periodic stationary trajectories of the tool deformation displacements in relation to the workpiece and their sustainability is previously considered. In this case, the movements form the attracting manifold defined by the trajectories of the periodic changes in the thickness and width of the cut-off layer by each cutter tooth taking into account the deformation displacements. As opposed to the previously considered cases, the paper focuses on the attracting manifolds generated at the buckling failure of the stationary trajectory. It is shown that depending on the system parameters and the process conditions in the dynamic milling system, the attracting manifolds of limit cycles, invariant tori, and strange (chaotic) attractors can be formed. In this context, two cases are analyzed. The first relates to the system parameters (primarily the cutting speed) which allow neglecting the coefficient variations in the differential equations within the impulsive reaction of the system. In the second case, the system parameters vary within the impulsive reaction of the system, and an additional source of the parametric self-excitation is formed in it. Considerable attention is paid to the analysis of the attracting manifold bifurcations in a parameter space: an overview and examples are provided. The attracting sets are analyzed from the perspective of their impact on the quality parameters of the parts production.

Keywords: endmilling operation, attracting manifolds, bifurcations, control, quality parameters of parts production.

Введение. В последние два десятилетия при изучении свойств эволюции и самоорганизации широко используется синергетическая парадигма [1–4]. Ее применение для управления сложными нелинейными объектами нашло свое отражение в работах [5–8]. При создании систем управления динамической системой резания также используются основы синергетической теории управления [7–14]. В этом случае управление, в том числе на основе построения программы ЧПУ, включает определение желаемых траекторий формообразующих движений и соответствующих им

* Работа выполнена по гранту РФФИ №14-08-00206а.

** E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, anatoliya81@mail.ru, lex1998@rambler.ru

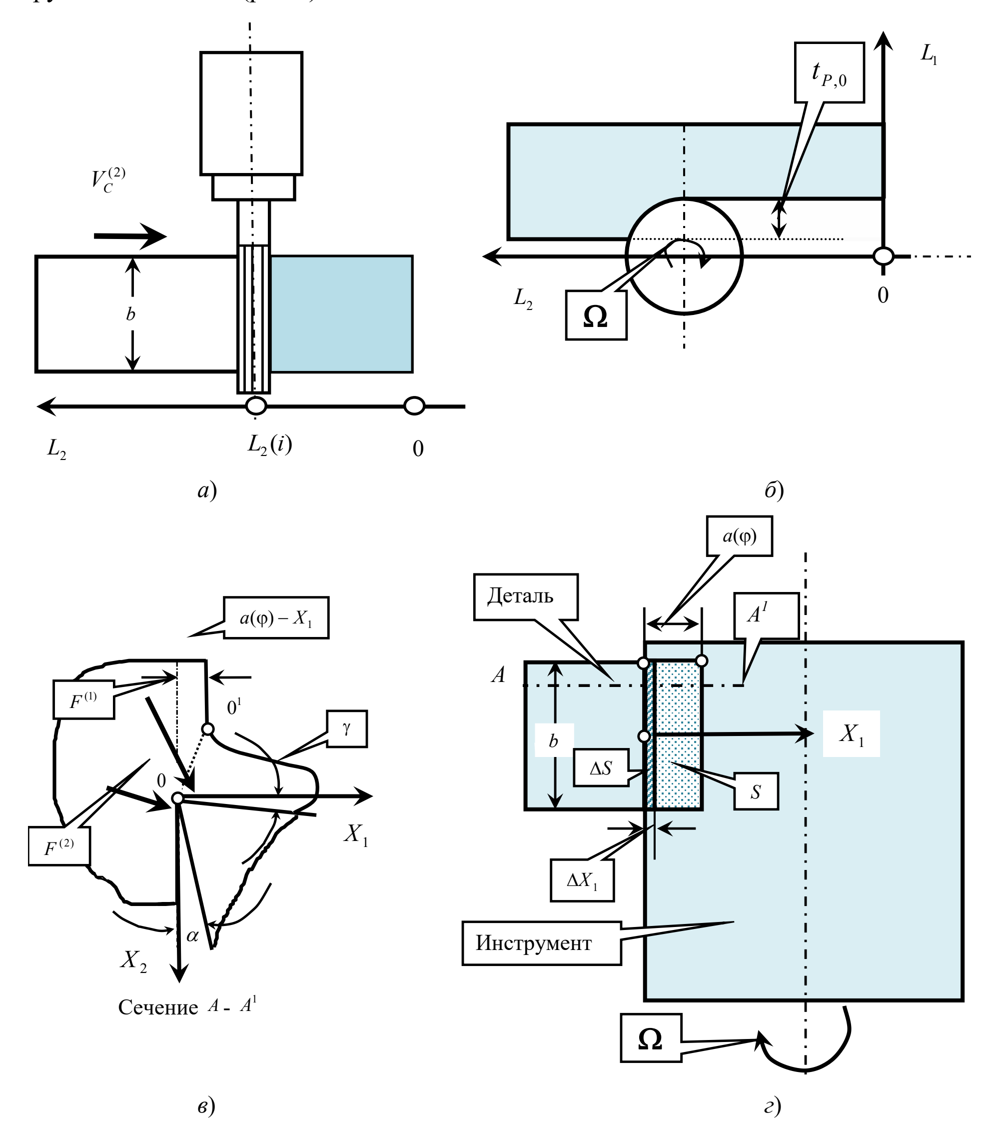
*** The research is done on RFFI grant no. 14-08-00206a.

траекторий движения исполнительных элементов станка. При решении этой задачи принципиально важно знать свойства тех притягивающих множеств, которые самостоятельно образуются в окрестности формообразующих движений инструмента относительно обрабатываемой детали. Необходимо также уметь управлять этими множествами, влияющими на качество поверхности, формируемой при резании. Наконец, раскрытие свойств притягивающих множеств, формирующих сигнал виброакустической эмиссии, открывает новые пути построения информационных моделей для диагностирования процесса [15].

Изучение притягивающих множеств связано с рассмотрением динамической системы резания, изучению которой посвящено множество известных исследований [16–32]. Фрезерование является наиболее сложным процессом резания [33–46]. Это обусловлено его нестационарностью. Параметры длины и толщины срезаемого слоя каждым режущим лезвием периодически изменяются. Поэтому в подвижной системе координат, движение которой определяется траекториями исполнительных элементов, стационарным, установившимся состоянием является не точка равновесия (как при точении), а замкнутая траектория. В связи с этим уравнение динамики имеет периодически изменяющиеся коэффициенты.

Рассмотрим процесс фрезерования на станках, имеющих до пяти координат управления при обработке деталей, параметры жесткости которых существенно изменяются вдоль траектории движения инструмента [44–46]. В настоящей статье, в отличие от известных исследований, учитываются несколько источников самовозбуждения и связи, обусловленные взаимодействиями передней и задней поверхностей инструмента с деталью. Здесь можно рассматривать два случая. Первый — обработка с малыми частотами вращения шпинделя, когда в системе в пределах импульсной реакции параметры можно считать замороженными. Второй — обработка с большими частотами вращения, когда параметры нельзя считать замороженными.

Математическая модель. Рассмотрим попутное фрезерование боковыми лезвиями прямозубой концевой фрезой недеформируемой заготовки (рис.1).



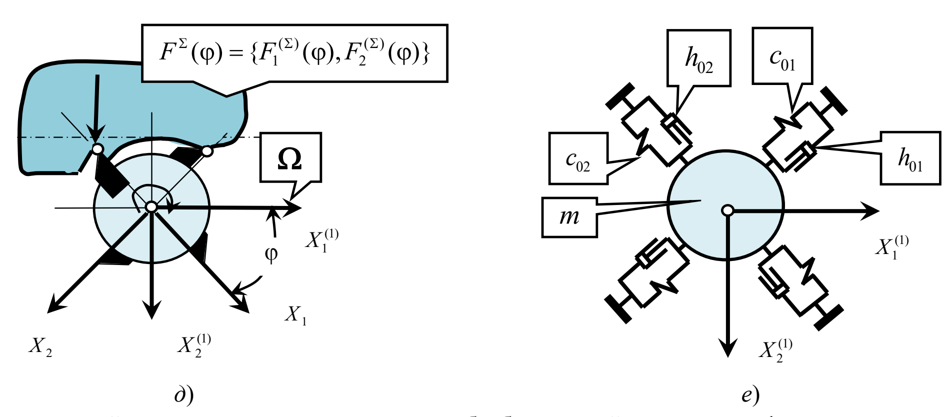


Рис. 1. Схема взаимодействия подсистем инструмента и обрабатываемой заготовки: деформации при движении стола в направлении образующей L_2 (*а*), (*б*); деформационные смещения в подвижной системе координат (*в*), (*г*); силы резания в координатах состояния (*д*); учет матриц инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента (*е*)

Деформации рассматриваются в плоскости, нормальной к оси инструмента. Считается, что ширина b обрабатываемой заготовки постоянна, то есть $b=const$. Толщина срезаемого слоя определяется $a(\phi)=a_к(\phi)-X_1(\phi)$. Здесь $a_к(\phi)$ — кинематическая составляющая толщины, зависящая от угла ϕ поворота фрезы. Она не учитывает упругие деформационные смещения инструмента и является периодической функцией угла.

Введем в рассмотрение понятие стационарной траектории деформационных смещений $X^*(\phi)=\{X_1^*(\phi),X_2^*(\phi)\}^T$. Она характеризует установившиеся упругие деформационные смещения инструмента и является периодической функцией ϕ с тем же периодом. Если в системе сформировалась стационарная траектория, то для нее справедливо: $a(\phi)=a(\phi-i\Delta\phi)$, $a_k(\phi)=a_k(\phi-i\Delta\phi)$, $X^*(\phi)=X^*(\phi-i\Delta\phi), i=0,1,2,...$ Рассматривается случай $\Omega=const$, где Ω — циклическая частота вращения фрезы. Тогда $\phi=\int_0^t\Omega dt=\Omega t$. Следовательно, справедливо: $a(t)=a(t-iT)$, $a_k(t)=a_k(t-iT)$, $X^*(t)=X^*(t-iT), i=0,1,2...$

Рассмотрим две системы координат. Первая имеет начало координат в центре фрезы без учета упругих деформационных смещений. В этой системе $X^{(1)}=\{X_1^{(1)},X_2^{(1)}\}^T\subset\aleph^{(1)}$ рассматриваются деформации центра фрезы. В частности, при продольном фрезеровании система движется по направлению L_2 со скоростью $V_C^{(2)}$ (рис. 1). В общем случае траектория центра вращения фрезы без учета ее упругих деформационных смещений определяется двумя фазовыми траекториями $(V_C^{(1)}=dL_1/dt,L_1)$ и $(V_C^{(2)}=dL_2/dt,L_2)$. Это программа ЧПУ станка.

Вторая система привязана к кинематической траектории движения вершины режущего лезвия. В данной системе рассматриваются деформационные смещения вершины режущего лезвия $X=\{X_1,X_2\}^T\subset\aleph$. Связь между $\aleph$ и $\aleph^{(1)}$ определяется

$$X^{(1)}=S^{(1)}X\,,\ X=SX^{(1)}\,, \tag{1}$$

где

$$S^{(1)}=\begin{bmatrix}\sin\varphi & \cos\varphi\\ -\cos\varphi & \sin\varphi\end{bmatrix},\ S=\begin{bmatrix}\sin\varphi & -\cos\varphi\\ \cos\varphi & \sin\varphi\end{bmatrix}. \tag{2}$$

Так как $\Omega=const$, то операторы $S(\Omega t)$ и $S^{(1)}(\Omega t)$ есть периодические функции времени. При рассмотрении системы в пространстве $\aleph$ фрезерование имеет свойства, аналогичные точению, но обработка ведется с периодически изменяющейся толщиной срезаемого слоя. Пусть в этом пространстве заданы силы, действующие на режущее лезвие. Тогда в пространстве $\aleph$

$$m\frac{d^2X}{dt^2}+h\frac{dX}{dt}+cX=F^{\Sigma}(t), \tag{3}$$

где $m=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $h=\begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$, $c=\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$ — матрицы инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов инструмента; $F^{\Sigma}(t)=\{F_1^{(\Sigma)}(t),F_2^{(\Sigma)}(t)\}^T$.

Параметры m, h и c можно определить по правилам, изложенным, например, в [7, 8, 47–49].

При полной симметрии инструмента матрицы h, c не только симметричные, но и диагональные [50]. Кроме того, они имеют равные коэффициенты и не изменяются при переходе от пространства $\aleph$ к $\aleph^{(1)}$. Использование синергетического подхода требует выяснения законов взаимодействия системы со средой [3–7] (в нашем случае — с процессом резания). Поэтому необходимо силы резания представить в координатах состояния. Они определяются суммой сил $F^{\Sigma}=F^{(1)}+F^{(2)}$ (рис. 1).

Следуя [7, 8, 47–49], можно утверждать:

— силы возрастают при увеличении площади срезаемого слоя;

— имеет место запаздывание между изменениями площади и вариациями сил;

— при увеличении скорости резания наблюдается уменьшение сил, которое в скоростном диапазоне (40–180) м/мин можно считать экспоненциальным.

Сила $F^{(2)}$ резко увеличивается при увеличении скорости движения инструмента в сторону заготовки. Зависимость этой силы от колебательной скорости характеризует нелинейное демпфирование. Кроме этого используется гипотеза о неизменности ориентации сил в установившемся состоянии. Она определяется для силы $F^{(1)}$ угловыми коэффициентами χ_1 и χ_2. Для силы $F^{(2)}$ — $\chi_1^{(1)}$ и $\chi_2^{(1)}$. Этим свойствам соответствуют следующие представления сил $F^{\Sigma}(t)=\{F_1^{(\Sigma)}(t),F_2^{(\Sigma)}(t)\}^T$:

$$\begin{cases} F_1^{(\Sigma)}(X_1,X_2)=\chi_1\rho_0[1+\mu\exp(-\alpha_1(V-\dfrac{dX_2}{dt}))]\cdot b\cdot[a_k(t)-Y_1]+\chi_1^{(1)}F^{(0)}\cdot\exp[-\alpha_2 dX_1/dt]; \\ F_2^{(\Sigma)}(X_1,X_2)=\chi_2\rho_0[1+\mu\exp(-\alpha_1(V-\dfrac{dX_2}{dt}))]\cdot b\cdot[a_k(t)-Y_2]+\chi_2^{(1)}F^{(0)}\cdot\exp[-\alpha_2 dX_1/dt]; \\ T_1\dfrac{dY_1}{dt}+Y_1=X_1; \\ T_2\dfrac{dY_2}{dt}+Y_2=X_1, \end{cases} \tag{4}$$

где T_1, T_2 — постоянные времени, моделирующие запаздывание сил по отношению к смещениям, с, причем $T_2\rangle T_1$ (таким образом учитывается фазовый сдвиг между вариациями сил в направлениях X_1, X_2); ρ_0 — давление стружки на переднюю грань инструмента, кг/мм^2; $F_1^{(0)}$ — сила, действующая на заднюю грань в состоянии равновесия, кг; α_1,α_2 — параметры, определяющие крутизну изменения сил, с/мм; V — скорость резания.

Модель (3), дополненная (4), описывает динамику фрезерования.

Здесь обработка ведется без перекрытия контактов зубьями фрезы.

Бифуркации динамической системы при отсутствии параметрического самовозбуждения. При малой скорости резания изменениями параметров системы (3) с учетом (4) в пределах импульсной реакции можно пренебречь и рассматривать систему с замороженными коэффициентами [51]. В этом случае необходимо анализировать свойства системы для $a_k\in(a_k^{(1)},a_k^{(2)})$ [52–59], то есть при постоянных параметрах на этом отрезке. Рассматриваемая система моделирует два взаимосвязанных колебательных контура, которые имеют два источника самовозбуждения. Один обусловлен запаздыванием сил, второй вызван существованием участка, в котором увеличению скорости соответствует уменьшение сил. Поэтому в зависимости от параметров могут существовать три притягивающих множества: точка равновесия, предельный цикл, двумерный инвариантный тор.

Рассмотрим систему, параметры которой приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры динамической модели инструмента

m, кг·с²/мм	h, кг·с/мм	c, кг/мм
$\begin{bmatrix} 0{,}98\cdot10^{-3} & 0 \\ 0 & 0{,}98\cdot10^{-3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 500 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 500 \end{bmatrix}$

Рассмотрим процесс продольного попутного фрезерования стали 20Х. Основные геометрические параметры инструмента: $\gamma = 6^0$, $\alpha = 20^0$. Частота собственных колебаний инструмента без динамической связи, формируемой процессом резания: $\omega_0 = 710{,}0\ Гц$. Частоты системы с учетом динамической связи, формируемой процессом резания: $\omega_{0,1}^{(2)} = 1540\ Гц$, $\omega_{0,2}^{(2)} = 840\ Гц$.

Образование двух частот обусловлено тем, что за счет реакции со стороны резания, матрицы упругости становятся, во-первых, несимметричными, во- вторых, не диагональными.

Давление стружки на переднюю поверхность инструмента — $\rho_0 = (45{,}0 - 60{,}0)\ кг/мм^2$.

Коэффициенты ориентации силы: $\chi_1 = 0{,}6$, $\chi_2 = 0{,}8$, $\chi_1^{(1)} = 1$, $\chi_2^{(1)} = 0$. Они удовлетворяют условиям нормировки — например, $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 = 1$. Чтобы варьировать основные параметры динамической характеристики процесса резания, изменялись технологические режимы:

— скорость резания в пределах 30–110 м/мин;

— ширина срезаемого слоя в пределах 5,0–20,0 мм.

Величина подачи на зуб неизменна и равна 0,1 мм/об. Проанализируем диаграмму (рис. 2) в плоскости параметров $T_1 - \rho$.

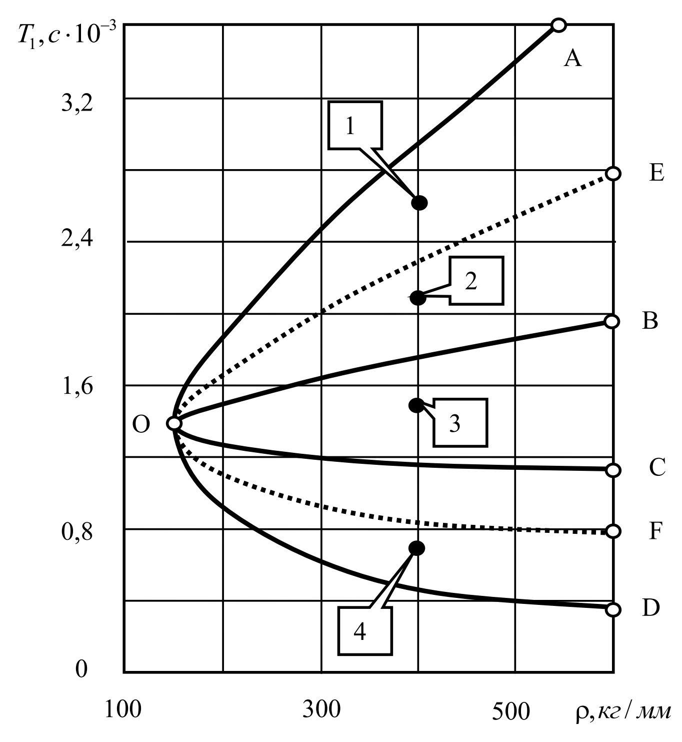


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма в плоскости (T_1, ρ) : A — O — D — область устойчивости равновесия; B — O — C — область формирования двумерного инвариантного тора; A — O — B — область формирования орбитально-асимптотически устойчивого предельного цикла на низкой частоте; C — O — D — область формирования орбитально-асимптотически устойчивого предельного цикла на высокой частоте

Здесь принято $T_1 = 0{,}5T_2$. Для точек 1, 2, 3, 4 на рис. 3 приведены фазовые траектории в сечениях фазового пространства.

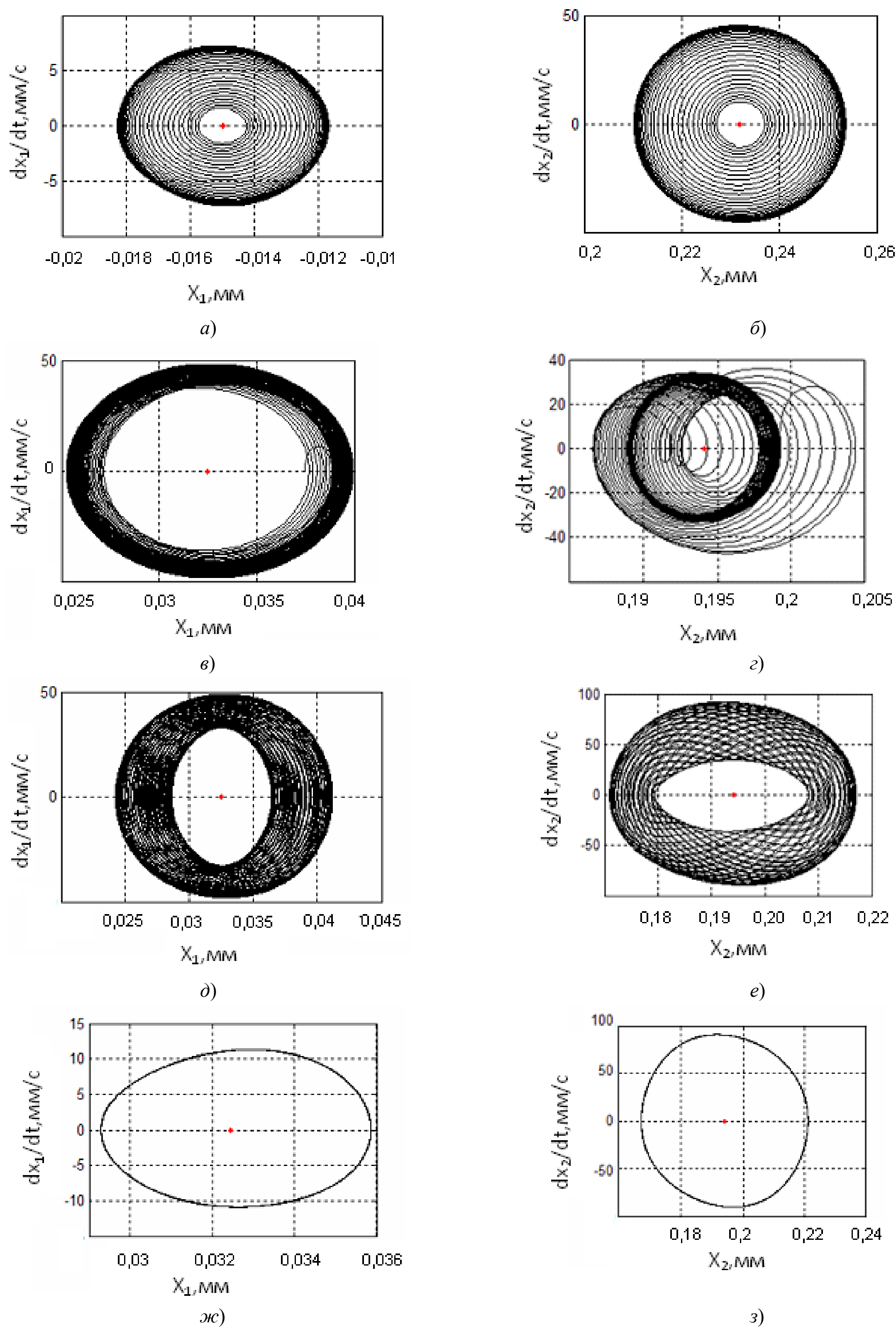


Рис. 3. Фазовые траектории системы, соответствующие точкам 1 (*а*), (*б*); 2 (*в*), (*г*); 3 (*д*), (*е*); 4 (*ж*), (*з*) на рис. 2

Все фазовые траектории сверху вниз соответствуют точкам 1, 2, 3, 4 на рис. 2. Кроме того, на рис. 2 приведены также области D-разбиения для линеаризованного в окрестности равновесия уравнения. Они показаны пунктирными кривыми. На участках A — O — D пунктирные кривые совпадают с границами бифуркационной диаграммы, поэтому они сливаются с границами областей D- разбиения. Они определяют четыре области:

— область, в которой все корни характеристического полинома линеаризованной системы расположены в отрицательной комплексной полуплоскости A — O — D;

— области, в которых пара комплексно сопряженных корней расположена в правой комплексной полуплоскости A — O — E и F — O — D;
— область, в которой две пары комплексно сопряженных корней расположены в правой комплексной полуплоскости E — O — F (рис. 2).

Как видно (рис. 2), границы областей D-разбиения не совпадают с границами бифуркаций притягивающих множеств в параметрическом пространстве. Для объяснения этого можно рассмотреть фазовые траектории (рис. 3), соответствующие точкам 1, 2, 3, 4. Временные диаграммы для точки 2 приведены на рис. 4.

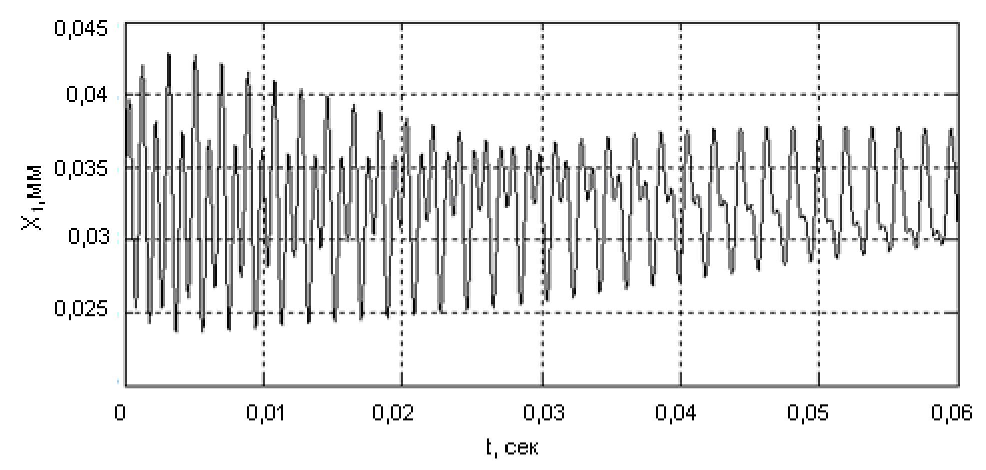
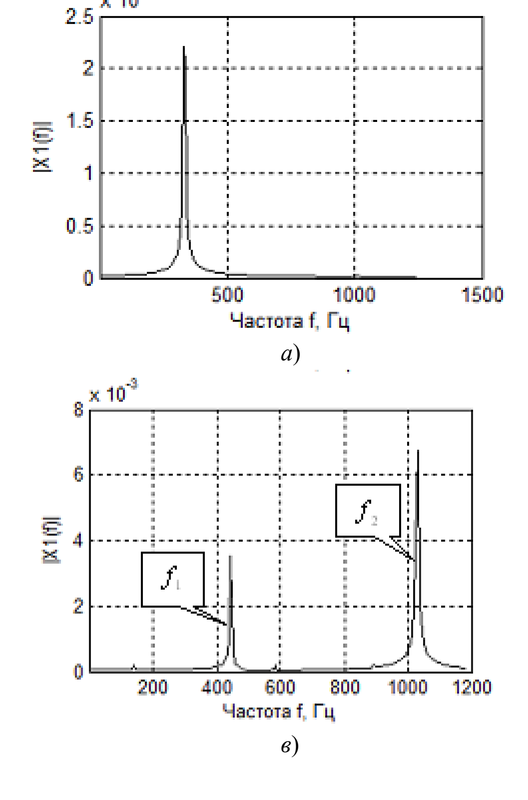
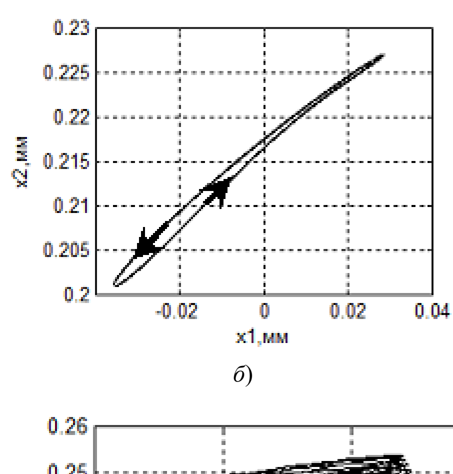
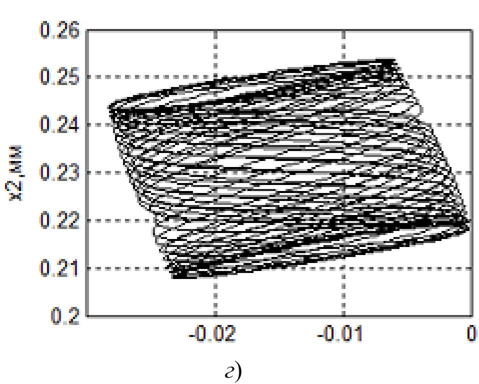


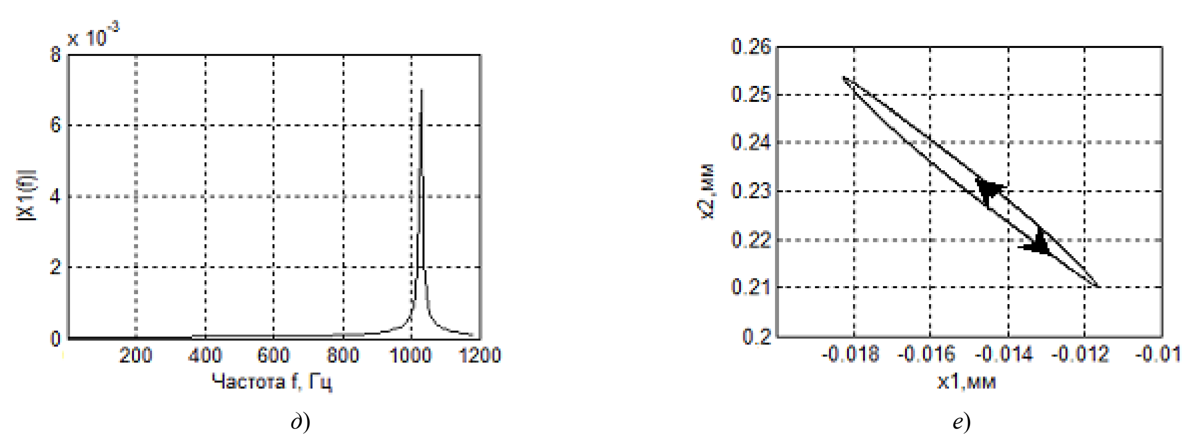
Рис. 4. Пример преобразования двухчастотного процесса в одночастотный, то есть в орбитально-асимптотически устойчивый предельный цикл

Здесь видно, что двухчастотный процесс со временем преобразуется в одночастотный, то есть имеет место затягивание высокочастотных колебаний к низкочастотным. Аналогичная ситуация возникает и в области C — O — F. Однако здесь низкочастотный процесс стягивается к высокочастотному. Эти эффекты связаны с нелинейной диссипацией, которая учитывается дополнительной связью, формируемой в области контакта задней грани инструмента с заготовкой. Они определяются силой $F^{(2)}(dX_1/dt) = F^{(0)} \cdot \exp[-\alpha_2 dX_1/dt]\{\chi_1^{(1)}, \chi_2^{(1)}\}^T$. Приведем также спектральные характеристики колебаний (рис. 5) в направлении X_1 для точек 2, 3, 4 (левые иллюстрации), а также траектории установившихся колебаний в плоскости $X_1 - X_2$ (правые иллюстрации).









д) *е*)

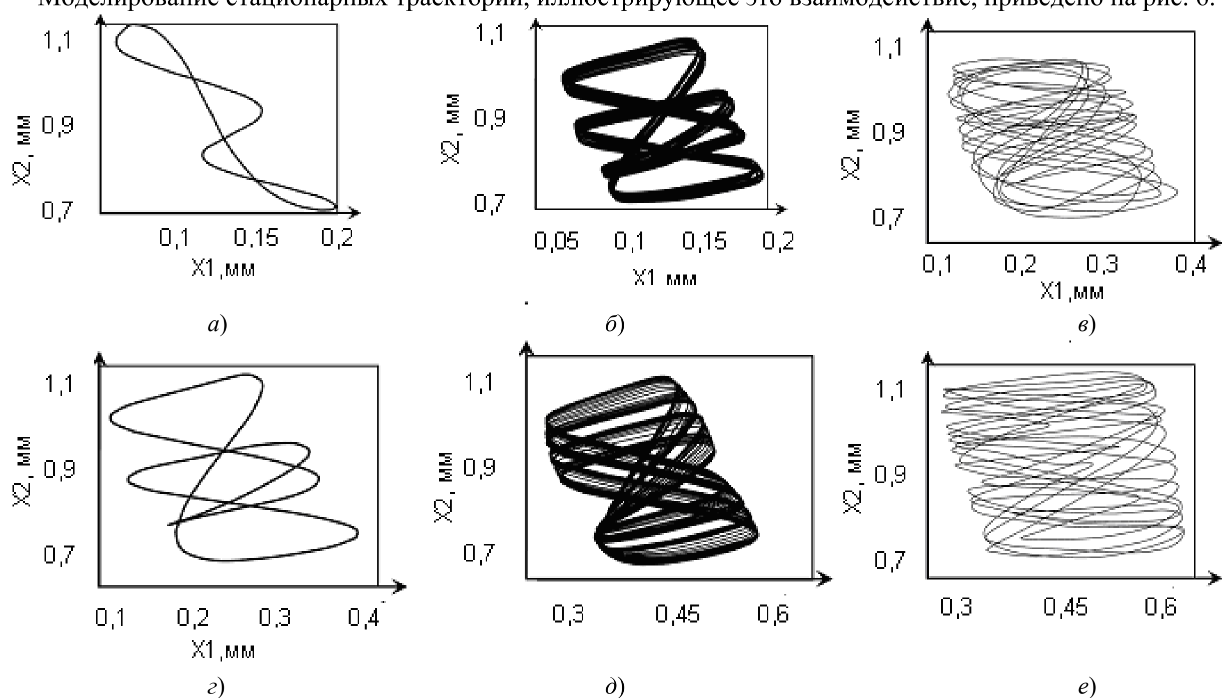
Рис. 5. Изменение спектров установившихся колебаний и их ориентация в плоскости $X_1 - X_2$ для точек 2 (*а*), (*б*); 3 (*в*), (*г*); 4 (*д*), (*е*) на рис. 2

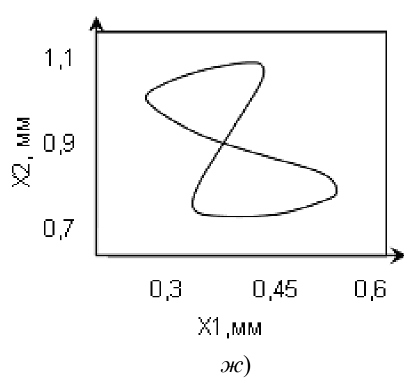
Анализ влияния упруго-диссипативных параметров подсистемы инструмента на формируемые многообразия показывает: качественно бифуркационная диаграмма соответствует рис. 2. Варьирование c и параметров динамической характеристики процесса приводит к смещениям корней характеристического полинома в комплексной плоскости. При этом корни могут сближаться. В этом случае область, в которой формируется двумерный инвариантный тор, вырождается. Таким образом, при изменении параметров упругости и диссипации подсистемы инструмента происходят изменения притягивающих множеств системы. В наших исследованиях образование хаотических аттракторов для рассматриваемой системы не обнаружено. Типичными притягивающими множествами в системе являются предельные циклы, в редких случаях — инвариантные торы.

Ситуация принципиально меняется, если в системе дополнительно существует параметрическое самовозбуждение.

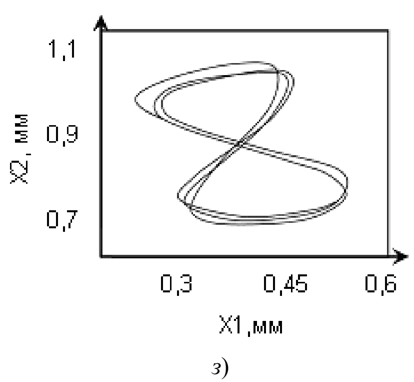
Влияние параметрического самовозбуждения. По мере увеличения частоты вращения инструмента наступает момент, когда время периодического изменения коэффициентов становится соизмеримым с импульсной реакцией системы. На практике такие условия соответствуют скоростному фрезерованию. К аналогичному эффекту приводит и уменьшение изгибной жесткости инструмента. В этом случае в системе (3), (4) дополнительно образуется источник самовозбуждения, обусловленного периодическими изменениями параметров в динамической связи. Рассмотрим систему, параметры которой без периодической составляющей соответствуют точке 1 на рис. 2. В этом случае без периодического изменения параметров в окрестности единственного равновесия системы формируется притягивающее множество типа предельного цикла на частоте, близкой к $\Omega_0 = 300 \ \textit{Гц}$. За счет параметрического самовозбуждения образуется дополнительный механизм потери устойчивости. Тогда в колебаниях становится заметным взаимодействие параметрических колебаний и автоколебаний.

Моделирование стационарных траекторий, иллюстрирующее это взаимодействие, приведено на рис. 6.





ж)



з)

Рис. 6. Притягивающие множества в окрестности равновесия по мере увеличения частоты периодического изменения параметров: $\Omega = 150$ *Гц* (*а*); $\Omega = 180$ *Гц* (*б*); $\Omega = 210$ *Гц* (*в*); $\Omega = 230$ *Гц* (*г*); $\Omega = 260$ *Гц* (*д*); (*е*); $\Omega = 300$ *Гц* (*ж*); $\Omega = 320$ *Гц* (*з*)

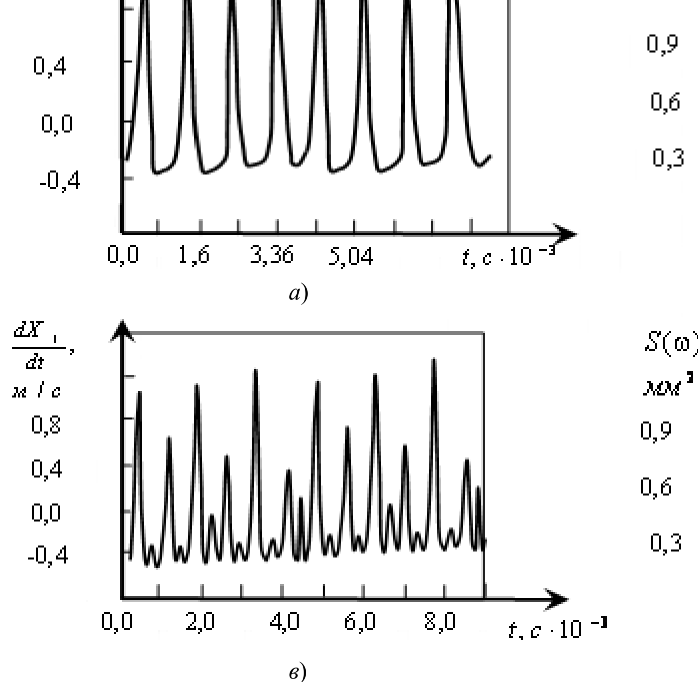
На данной иллюстрации показано изменение колебательных смещений инструмента в плоскости, нормальной к оси инструмента. Как видно, по мере увеличения частоты изменения параметров наблюдается синхронизация, в том числе дробного порядка, автоколебаний с периодическими движениями, генерируемыми переменностью параметров в уравнении (3) с учетом (4).

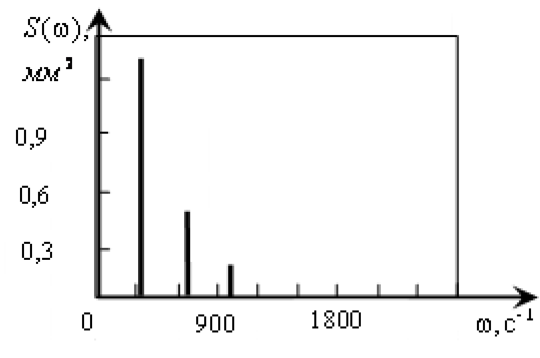
При определенных частотах, зависящих от отношения частоты периодического изменения параметров и собственных частот линеаризованной системы, образуются стационарные траектории типа инвариантного тора (рис. 6, *а*, *ж*).

Образуется также стационарная траектория, которая фактически состоит из двух чередующихся торов (рис. 6, *г*).

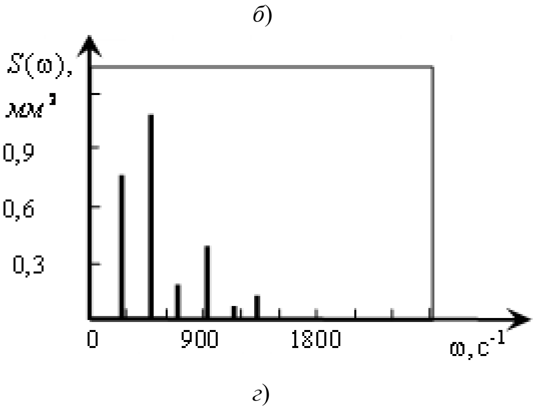
При переходе от одного детерминированного стационарного состояния к другому наблюдается вначале размытие траекторий (рис. 6, *б*, *д*, *з*), а затем образование хаотических колебаний (рис. 6, *в*, *е*).

Характерно, что переход к хаотическим колебаниям осуществляется через бифуркации удвоения периода по сценарию М. Фейгенбаума [60]. Для этого проанализируем временные и спектральные характеристики движений инструмента (рис. 7).

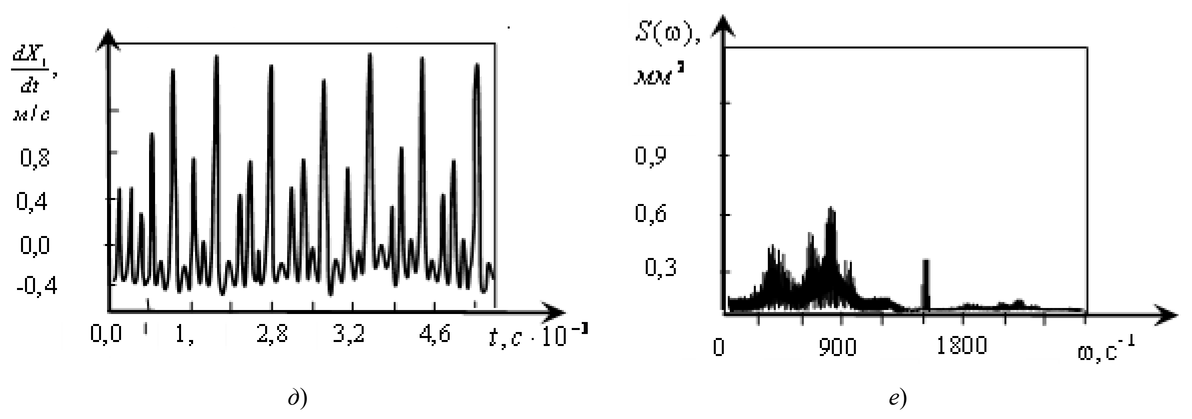




б)



в) *г*)



д) *е*)

Рис. 7. Временные и спектральные характеристики колебательной скорости в направлении X_1, соответствующие рис. 6 (*а*), (*б*), (*в*)

На приведенных иллюстрациях видны изменения спектральных свойств колебаний и образование через удвоение периода хаотических аттракторов.

Обсуждение результатов. Фрезерование концевыми фрезами, как правило, сопровождается образованием различных притягивающих множеств, влияющих на процесс обработки и формируемую резанием поверхность. Как показано выше, в зависимости от параметров взаимодействующих подсистем, технологических режимов и геометрии инструмента возможно образование притягивающих множеств типа предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов. Поэтому при управлении процессом фрезерования необходимо не только обеспечивать требуемые траектории движения исполнительных элементов станка, но и заданные свойства системы, которые характеризуются типом притягивающего множества.

Известно, что, например, интенсивность изнашивания инструмента зависит от параметров его автоколебаний [7, 8]. Имеются данные о том, что возбуждение колебаний в зоне резания в отдельных случаях вызывает уменьшение интенсивности изнашивания инструмента, в других — приводит к повышенному износу. Известно также, что интенсивность изнашивания зависит от мощности необратимых преобразований подводимой от станка энергии в зоне обработки. Повышение мощности необратимых преобразований всегда увеличивает интенсивность изнашивания.

Если рассматривать динамическую структуру процесса фрезерования, то необходимо выделить те силы, которые характеризуют необратимые преобразования. Во-первых, это диссипативные силы, которые формируются симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Кососимметричные составляющие, характеризующие гироскопические силы, на виртуальных перемещениях работу не совершают. Поэтому в матрице скоростных коэффициентов работу совершают силы, формируемые симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов. Кроме этого в матрице упругости работу совершают циркуляционные силы, которые определяются кососимметричной составляющей матрицы упругости. Таким образом, при анализе влияния колебаний на интенсивность изнашивания необходимо рассматривать сумму сил, формируемых симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов и кососимметричной составляющей матрицы упругости. Именно перераспределение этих сил в нелинейной системе может характеризовать уменьшение мощности необратимых преобразований в зоне резания. Этим, на наш взгляд, объясняется существование периодических траекторий движения инструмента, для которых возможно уменьшение суммарного значение мощности при определенных амплитудах и пространственной ориентации колебаний. Следует отметить, что в зависимости от частоты имеет место оптимальное значение автоколебаний, при которых стойкость максимальна.

Колебания оказывают противоречивое влияние на формируемую при резании поверхность. Здесь принципиальное значение имеет ориентация колебаний в пространстве. На рис. 8 приведен пример изменения ориентации колебаний для рассмотренной выше системы в зависимости от частоты.

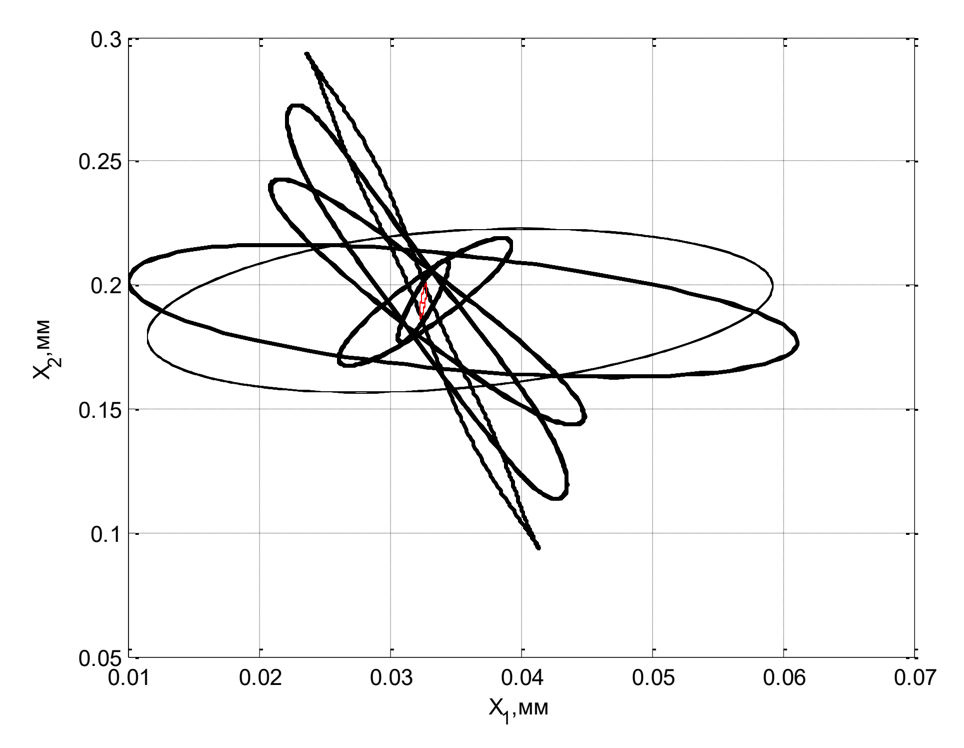


Рис. 8. Изменение ориентации колебаний инструмента в плоскости в зависимости от частоты возбуждения колебаний

Здесь в зависимости от ориентации автоколебаний в пространстве они могут приводить к уменьшению величины шероховатости формируемой поверхности. Колебания ограниченной амплитуды в направлении образующей формируемой поверхности могут существенно улучшать показатели качества формируемой поверхности. Образование автоколебаний в направлении образующей всегда ухудшают шероховатость поверхности.

Наконец, все нелинейные функции в математической модели не являются симметричными в вариациях относительно точки равновесия. Поэтому колебания вызывают смещение точки равновесия системы за счет образования динамического смещения. Это один из механизмов влияния колебаний на геометрический размер формируемой детали.

Заключение. При управлении процессами обработки на станках необходимо решать две проблемы. Первая связана с проектированием траекторий движения исполнительных элементов станков и обеспечением их асимптотической устойчивости. Вторая — с обеспечением заданных свойств траекторий, которые характеризуются типом и параметрами притягивающих множеств, формируемых в окрестностях этих траекторий. Для управления типом формируемых притягивающих множеств необходимо не только изменять технологические режимы, но и выбирать соответствующие параметры динамической структуры процесса — например, геометрические параметры инструментов.

Библиографический список

1. Пригожин, И. Порядок из хаоса / И. Пригожин, И. Стенгерс ; под общ. ред. В. И. Аршинова, Ю. Л. Климонтовича, Ю. В. Сачкова. — Москва : Прогресс, 1986. — 193 с.

2. Пригожин, И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой / И. Пригожин, И. Стенгерс — Москва : Едиториал УРСС, 2003. — 312 с.

3. Хакен, Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. — Москва : Мир, 1985. — 424 с.

4. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.

5. Колесников, А. А. Синергетическая теория управления / А. А. Колесников. — Москва : Энергоатомиздат, 1994. — 344 с.

6. Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А. А. Колесникова. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

7. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону : Терра, 2006. — 880 с.

8. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2008. — 324 с.

9. Zakovorotny, V. L. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium / V. L. Zakovorotny, A. D. Lukyanov // International Journal of Mechanical Engineering and Automation. — 2014. — Vol. 1, № 5. — P. 271–285.

10. Заковоротный, В. Л. Свойства формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Е. Ю. Панов, П. Н. Потапенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2001. — Т. 1, № 2. — С. 81–93.

11. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2014. — № 3 (178). — С. 33–41.

12. Заковоротный, В. Л. Особенности преобразования траекторий исполнительных элементов станка в траектории формообразующих движений инструмента относительно заготовки // В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2011. — № 4. — С. 69–75.

13. Заковоротный, В. Л. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы // В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек, Д. Т. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 10 (61). — С. 1785–1797.

14. Заковоротный, В. Л. Система оптимального управления процессом глубокого сверления отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Т. Санкар, Е. В. Бордачев // СТИН. — 1994. — № 12. — С. 22.

15. Заковоротный, В. Л. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки / В. Л. Заковоротный, И. В. Ладник // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1991. — № 4. — С. 75–81.

16. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. —Москва : Машгиз, 1956. — 395 с.

17. Tlusty, I. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen / I. Tlusty [et al]. — Berlin : Veb Verlag Technik, 1962. — 320 p.

18. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations / S. A. Tobias. — London : Blackie, 1965. — 350 p.

19. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.

20. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика / М. Е. Эльясберг. — Санкт-Петербург : ОКБС, 1993. — 182 с.

21. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // СТИН. — 1999. —№ 6.— С. 9–13.

22. Соколовский, А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / А. П. Соколовский // Исследование колебаний при резании металлов. — Москва : Машгиз, 1958. — С. 15–18.

23. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. — Ленинград : Машиностроение, 1977. — 192 с.

24. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools / V. L. Zakovorotny // Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. — Vol. 10. — P. 102–116.

25. Заковоротный, В. Л. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 26–40.

26. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–53.

27. Stepan, G. Delay-differential equation models for machine tool chatter / G. Stepan ; ed. F.-C. Moon. — New York : John Wiley, 1998. — P. 165–192.

28. Stepan, G. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes / G. Stepan, T. Insperge, R. Szalai // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2005. — Vol. 15, № 9. — P. 2783–2798.

29. Tobias, S.-A. Theory of regenerative machine tool chatter / S.-A. Tobias, W. Fishwick // The Engineer. — 1958. — Vol. 205. — P. 199–203.

30. Merritt, H.-E. Theory of self-excited machine tool chatter / H.-E. Merritt // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1965. — Vol. 205, № 11. — P. 447–454.

31. Sridhar, R. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to machine tool chatter research-7 / R. Sridhar, R.-E. Hohn, G.-W. Long // ASME Journal of Engineering for Industry. — 1968. — Vol. 90, № 2. — P. 330–334.

32. Altintas, Y. Analytical prediction of stability lobes in milling / Y. Altintas, E. Budak // Annals of the CIRP. — 1995. — Vol. 44, № 1. — P. 357–362.

33. Tlusty, J. Special aspects of chatter in milling / J. Tlusty, F. Ismail // ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design. — 1983. — Vol. 105, № 1. — P. 24–32.

34. Minis, I. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling / I. Minis, T. Yanushevsky // Trans. ASME Journal of Engineering for Industry. — 1993. — Vol. 115, № 2. — P. 1–8.

35. Insperger, T. Stability of the milling process / T. Insperger, G. Stepan // Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering. — 2000. — Vol. 44, № 1. — P. 47–57.

36. Budak, E. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation / E. Budak, Y. Altintas // ASME Journal of dynamic systems measurement and control. — 1998. — Vol. 120, № 6 (1). — P. 22–30.

37. Budak, E. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications / E. Budak, Y. Altintas // ASME Journal of dynamic systems measurement and control. — 1998. — Vol. 120, № 6 (1). — P. 31–36.

38. Merdol, D. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling / D. Merdol, Y. Altintas // ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. — 2004. — Vol. 126, № 3. — P. 459–466.

39. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods / T. Insperger [et al.] // International Journal of machine tools and manufacture. — 2003. — Vol. 43, № 1 — P. 25–34.

40. Kline, W.-A. The prediction of surface accuracy in end milling / W.-A. Kline, R.-E. Devor, I.-A. Shareef // ASME Journal of engineering for industry. — 1982. — Vol. 104, № 5. — P. 272–278.

41. Elbestawi, M.-A. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections / M.-A. Elbestawi, R. Sagherian // Theoretical computational fluid dynamics. — 1991. — Vol. 25, № 2 — P. 215–228.

42. Campomanes, M.-L. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions / M.-L. Campomanes, Y. Altintas // Trans. ASME Journal of manufacturing science and engineering. — 2003. — Vol. 125, № 3. — P. 416–425.

43. Paris, H. Surface shape prediction in high-speed milling // International Journal of machine tools and manufacture / H. Paris, G. Peigne, R. Mayer. — 2004. — Vol. 44, № 15. — P. 1567–1576.

44. Altintas, Y. A general mechanics and dynamics model for helical end mills / Y. Altintas, P. Lee // Annals of the CIRP. — 1996. — Vol. 45, № 1. — P. 59–64.

45. Ozturk, E. Modeling of 5-axis milling processes / E. Ozturk, E. Budak // Machining Science and Technology. — 2007. — Vol. 11, № 3. — P. 287–311.

46. Budak, E. Modeling and simulation of 5-axis milling processes / E. Budak, E. Ozturk, L.-T. Tunc // Annals of CIRP. Manufacturing Technology. — 2009. — Vol. 58, № 1. — P. 347–350.

47. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine / U. Bravo [et al.] // International Journal of machine tools and manufacture. — 2005. — Vol. 45. — P. 1669–1680.

48. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling / K. Weinert [et al.] // Production Engineering. Research and Development. — 2008. — № 2. — P. 255–260.

49. Biermann, D. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades / D. Biermann, P. Kersting, T. Surmann // CIRP Annals. Manufacturing Technology. — 2010. — Vol. 59, № 1 — P. 125–128.

50. Воронов, С. А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей / С. А. Воронов, А. В. Непочатов, И. А. Киселев // Известия вузов. Машиностроение. — 2011. — № 1 (610). — С. 50–62.

51. Voronov, S. Dynamics of flexible detail milling / S. Voronov, I. Kiselev // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part K: Journal of Multi-body Dynamics — 2011. — Vol. 225, № 3. — P. 1177–1186.

52. Заковоротный, В. Л. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистемы инструмента и заготовки / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, С.-Т. Нгуен // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. (Технические науки) — 2011. — № 2. — С. 38–46.

53. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11. — № 2 (53). — С. 137–146.

54. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения (позиционная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 3 (54). — С. 301–311.

55. Заковоротный, В. Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, С. Т. Нгуен // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10. — № 7 (50). — С. 1005–1015.

56. Данжело, Р. Линейные системы с переменными параметрами / Р. Данжело. — Москва : Машиностроение, 1974. — 287 с.

57. Понтрягин, Л. С. Избранные труды. Т. 2 / Л. С. Понтрягин. — Москва : Наука, 1988. — 576 с.

58. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения, содержащие малый параметр / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильев, В. М. Волосов // Тр. междунар. симпозиума по нелинейным колебаниям. — Киев : Изд-во АН УССР, 1963. — С. 56–61.

59. Заковоротный, В. Л., Фам, Т. Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т. Х. Фам // Вестник Дон. гос. техн ун-та. — 2013. — Т. 13, № 5/6 (74). — С. 97–103.

60. Feigenbaum, M.-J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations / M.-J. Feigenbaum // Journal of Statistical Physics. — 1978. — Vol. 19. — P. 25–52.

References

1. Prigozhin, I., Stengers, I. Poryadok iz khaosa. [Order out of chaos.] Arshinov, V.I., Klimontovich, Y.L., Sachkov, Y.V., eds. Moscow: Progress, 1986, 193 p. (in Russian).

2. Prigozhin, I., Stengers, I. Poryadok iz khaosa. Novyy dialog cheloveka s prirodoy. [Order out of chaos. A new dialogue of man with nature.] Moscow: Editorial URSS, 2003, 312 p. (in Russian).

3. Haken, H. Sinergetika. Ierarkhiya neustoychivostey v samoorganizuyushchikhsya sistemakh i ustroystvakh. [Synergetics. Hierarchy of instabilities in self-organizing systems and devices.] Moscow: Mir, 1985, 424 p. (in Russian).

4. Haken, H. Tayny prirody. Sinergetika: uchenie o vzaimodeystvii. [Secrets of nature. Synergetics: theory of interaction.] Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science, 2003, 320 p. (in Russian).

5. Kolesnikov, A.A. Sinergeticheskaya teoriya upravleniya. [Synergetic theory of management.] Moscow: Energoatomizdat, 1994, 344 p. (in Russian).

6. Kolesnikov, A.A., ed. Sinergetika i problemy teorii upravleniya. [Synergetics and problems of control theory.] Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p. (in Russian).

7. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F. Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod. [Cutting process dynamics. Synergetic approach.] Rostov-on-Don: Terra, 2006, 880 p. (in Russian).

8. Zakovorotny, V.L., et al. Sinergeticheskiy sistemnyy sintez upravlyaemoy dinamiki metallorezhushchikh stankov s uchetom evolyutsii svyazey. [Synergetic system synthesis of controlled dynamics of machine tools with coupling evolution.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2008, 324 p. (in Russian).

9. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A. D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271–285.

10. Zakovorotny, V.L., Panov, E.Y., Potapenko, P.N. Svoystva formoobrazuyushchikh dvizheniy pri sverlenii glubokikh otverstiy malogo diametra. [Properties of forming movements when drilling deep pinholes.] Vestnik of DSTU, 2001, vol. 1, no. 2, pp. 81–93 (in Russian).

11. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Upravlenie protsessom sverleniya glubokikh otverstiy spiral'nymi sverlami na osnove sinergeticheskogo podkhoda. [Process control drilling deep holes twist drills based on the synergetic approach.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2014, no. 3 (178), pp. 33–41(in Russian).

12. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung. Osobennosti preobrazovaniya traektoriy ispolnitel'nykh elementov stanka v traektorii formoobrazuyushchikh dvizheniy instrumenta otnositel'no zagotovki. [Features of transformation of machine actuator trajectories into the trajectories of forming tool movements relative to the workpiece.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 4, pp. 69–75(in Russian).

13. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F., Pham Dinh Tung. Sinergeticheskaya kontseptsiya pri postroenii sistem upravleniya tochnost'yu izgotovleniya detaley slozhnoy geometricheskoy formy. [Synergetic concept in construction of accuracy control systems for manufacturing parts of complex geometric forms.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 10 (61), pp. 1785–1797 (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L., Sankar, T., Borodachev, E.V. Sistema optimal'nogo upravleniya protsessom glubokogo sverleniya otverstiy malogo diametra. [The optimal control system of deep drilling of pinholes.] STIN, 1994, no. 12, pp. 22 (in Russian).

15. Zakovorotny, V.L., Ladnik, I.V. Postroenie informatsionnoy modeli dinamicheskoy sistemy metallorezhushchego stanka dlya diagnostiki protsessa obrabotki. [Building of data model of the machine tool dynamic system for treatment process diagnostics.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1991, no. 4, pp. 75–81(in Russian).

16. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-oscillations in machine tools.] Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).

17. Tlusty, I., et al. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Berlin: Veb Verlag Technik, 1962, 320 p.

18. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. London: Blackie, 1965, 350 p.
19. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).
20. Elyasberg, M.E. Avtokolebaniya metallorezhushchikh stankov: Teoriya i praktika. [Self-oscillations of machine tools: Theory and practice.] St. Petersburg: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).
21. Veits, V.L., Vasilkov, D.V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespecheniya kachestva pri mekhanicheskoy obrabotke malozhestkikh zagotovok. [Problems of dynamics, simulation and quality assurance for machining low-rigid work-pieces.] STIN, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).
22. Sokolovskiy, A.P. Vibratsii pri rabote na metallorezhushchikh stankakh. Issledovanie kolebaniy pri rezanii metal-lov. [Vibrations at work on machine tools. Researching vibrations under metal cutting.] Moscow: Mashgiz, 1958, pp. 15–18 (in Russian).
23. Murashkin, L.S., Murashkin, S.L. Prikladnaya nelineynaya mekhanika stankov. [Applied nonlinear mechanics of machines.] Leningrad: Mashinostroenie, 1977, 192 p. (in Russian).
24. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2015, vol. 10, pp. 102–116.
25. Zakovorotny, V. L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Samoorganizatsiya i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy obrabotki metallov rezaniem. [Self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 26–40 (in Russian).
26. Zakovorotny, V. L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Vliyanie izgibnykh deformatsiy instrumenta na samoorganizatsiyu i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy rezaniya metallov. [Influence of a flexural deformation of a tool on self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–53 (in Russian).
27. Stepan, G.; F.-C. Moon, ed. Delay-differential equation models for machine tool chatter. New York: John Wiley, 1998, pp. 165–192.
28. Stepan, G., Insperge, T., Szalai, R. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798.
29. Tobias, S.-A., Fishwick, A. Theory of regenerative machine tool chatter. The Engineer, 1958, vol. 205, pp. 199–203.
30. Merritt, H.-E. Theory of self-excited machine tool chatter. ASME Journal of Engineering for Industry, 1965, vol. 205, no. 11, pp. 447–454.
31. Sridhar, R., Hohn, R.-E., Long, G.-W. A stability algorithm for the general milling process: Contribution to ma-chine tool chatter research-7. ASME Journal of Engineering for Industry, 1968, vol. 90, no. 2, pp. 330–334.
32. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. Annals of the CIRP, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 357–362.
33. Tlusty, J., Ismail, F. Special aspects of chatter in milling. ASME Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design, 1983, vol. 105, no. 1, pp. 24–32.
34. Minis, I., Yanushevsk y, T. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling. Trans. ASME Journal of Engineering for Industry, 1993, vol. 115, no. 2, pp. 1–8.
35. Insperger, T., Stepan, G. Stability of the milling process. Periodical Polytechnic-Mechanical Engineering, 2000, vol. 44, no. 1, pp. 47–57.
36. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability in milling. Part I: General formulation. ASME Journal of dynamic systems measurement and control, 1998, vol. 120, no. 6 (1), pp. 22– 30.
37. Budak, E., Altintas, Y. Analytical prediction of chatter stability conditions for multi-degree of systems in milling. Part II: Applications. ASME Journal of dynamic systems measurement and control, 1998, vol. 120, no. 6 (1), pp. 31–36.
38. Merdol, D., Altintas, Y. Multi-frequency solution of chatter stability for low immersion milling. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, vol. 126, no. 3, pp. 459–466.
39. Insperger, T., et al. Stability of up-milling and down-milling. Part 1: Alternative analytical methods. International Journal of machine tools and manufacture, 2003, vol. 43, no. 1, pp. 25–34.
40. Kline, W.-A., Devor, R.-E., Shareef, I.-A. The prediction of surface accuracy in end milling. ASME Journal of engineering for industry, 1982, vol. 104, no. 5, pp. 272–278.
41. Elbestawi, M.-A., Sagherian, R. Dynamic modeling for the prediction of surface errors in milling of thin-walled sections. Theoretical computational fluid dynamics, 1991, vol. 25, no. 2, pp. 215–228.
42. Campomanes, M.-L., Altintas, Y. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial im-mersions. Trans. ASME Journal of manufacturing science and engineering, 2003, vol. 125, no. 3, pp. 416–425.
43. Paris, H., Peigne, G., Mayer, R. Surface shape prediction in high-speed milling. International Journal of machine tools and manufacture, Paris, 2004, vol. 44, no. 15, pp. 1567–1576.

44. Altintas, Y., Lee, P. A general mechanics and dynamics model for helical end mills. Annals of the CIRP, 1996, vol. 45, no. 1, pp. 59–64.

45. Ozturk, E., Budak, E. Modeling of 5-axis milling processes. Machining Science and Technology, 2007, vol. 11, no. 3, pp. 287–311.

46. Budak, E., Ozturk, E., Tunc, L.-T. Modeling and simulation of 5-axis milling processes. Annals of CIRP. Manufacturing Technology. 2009, vol. 58, no. 1, pp. 347–350.

47. Bravo, U., et al. Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine. International Journal of machine tools and manufacture, 2005, vol. 45, pp. 1669–1680.

48. Weinert, K., et al. Modeling regenerative workpiece vibrations in five-axis milling. Production Engineering. Research and Development, 2008, no. 2, pp. 255–260.

49. Biermann, D., Kersting, P., Surmann, T. A general approach to simulating workpiece vibrations during five-axis milling of turbine blades. CIRP Annals. Manufacturing Technology. 2010, vol. 59, no. 1, pp. 125–128.

50. Voronov, S.A., Nepochatov, A.V., Kiselev, I.A. Kriterii otsenki ustoychivosti protsessa frezerovaniya nezhestkikh detaley. [Stability criteria evaluation for milling process of non-rigid parts.] Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building, 2011, no. 1 (610), pp. 50–62 (in Russian).

51. Voronov, S., Kiselev, I. Dynamics of flexible detail milling. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2011, vol. 225, no. 3, pp. 1177–1186.

52. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung, Nguen Xuan Chiem. Matematicheskoe modelirovanie i parametricheskaya identifikatsiya dinamicheskikh svoystv podsistemy instrumenta i zagotovki. [Mathematical modeling and parametric identification of dynamic properties of the subsystem of the cutting tool and workpiece in the turning.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 2, pp. 38–46 (in Russian).

53. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (skorostnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 1, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).

54. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).

55. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung, Nguen Xuan Chiem. Modelirovanie deformatsionnykh smeshcheniy instrumenta otnositel'no zagotovki pri tochenii. [Modeling of tool deformation offsetting.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 7 (50), pp. 1005–1015 (in Russian).

56. Danzhelo, R. Lineynye sistemy s peremennymi parametrami. [Linear systems with variable parameters.] Moscow: Mashinostroenie, 1974, 287 p. (in Russian).

57. Pontryagin, L.S. Izbrannye trudy. T. 2. [Selecta. Vol. 2.] Moscow: Nauka, 1988, 576 p. (in Russian).

58. Tikhanov, A.N., Vasilyev, A.B., Volosov, V.M. Differentsial'nye uravneniya, soderzhashchie malyy parameter. [Differential equations containing a small parameter.] Tr. mezhdunar. simpoziuma po nelineynym kolebaniyam. [Proc. Int. Symposium on nonlinear vibrations.] Kiev: Izd-vo AN USSR, 1963, pp. 56–61 (in Russian).

59. Zakovorotny, V.L., Pham D.T. Parametricheskoe samovozbuzhdenie dinamicheskoy sistemy rezaniya. [Parametric self-excitation of cutting dynamic system.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 5/6 (74), pp. 97–103 (in Russian).

60. Feigenbaum, M.-J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. Journal of Statistical Physics, 1978, vol. 19, pp. 25– 52.

Поступила в редакцию 04.02.2016
Сдана в редакцию 05.02.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.791 DOI 10.12737/20224

Ремонт магистральных трубопроводов стальными сварными муфтами*

В. Ф. Лукьянов[1], А. А. Лукьянов[2]**

[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Main pipeline repair by steel welding sockets ***

V. F. Lukyanov[1], A. A. Lukyanov[2]**

[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является исследование конструкций, применяемых для восстановления несущей способности участков магистрального трубопровода в случае коррозионного повреждения. Показано, что наиболее часто используемая для ремонта сварная обжимная муфта может эффективно снижать напряжение в стенке трубы только при сборке без зазора. Для повышения эффективности ремонтной конструкции предложено разместить между трубой и муфтой эластичный слой, который заполняет пространство и передает часть нагрузки от трубы к муфте. Материал эластичного слоя должен, во-первых, быть достаточно мягким, чтобы более полно заполнить зазор между трубой и муфтой с учетом неровности поверхности трубы. Во-вторых, данный материал должен характеризоваться достаточно большим модулем упругости (в диапазоне 1000 МПа < E < 3000 МПа), чтобы передавать нагрузку от трубы к муфте. Таким образом, оптимальными представляются эластические прослойки из полимерных материалов: полиэтилен низкого давления, полипропилен и поливинилхлорид.

The presented study discusses the structures used for restoring the bearing capacity of the main pipeline sections in case of the corrosion damage. It is shown that a welded crimping socket the most frequently used in repair can efficiently reduce stress in the pipe walls only in close joints. To increase the repair structure efficiency, it is proposed to place an elastic layer between a pipe and a socket which can fill the space and transfer a part of load from the pipe to the socket. The elastic layer material must be, first, soft enough to completely fill a gap between the pipe and the socket considering the pipe surface irregularity. Secondly, the material must be characterized by a sufficiently large elastic modulus (in the range of 1000 MPa <E <3000 MPa) to transmit the load from the pipe to the socket. Thus, the optimum elastic interlayer should be made from polymeric materials: low-pressure polyethylene, polypropylene, and polyvinylchloride.

Ключевые слова: ремонт магистральных трубопроводов, обжимные муфты, коррозионные повреждения, полимерные муфты, метод конечных элементов.

Keywords: repair of main pipelines, crimping sockets, corrosion damage, polymeric sockets, finite-element method.

Введение. Россия обладает развитой сетью трубопроводного транспорта природного газа, нефти и продуктов их переработки. Общая протяженность магистральных трубопроводов превышает 200 тыс. км.

Общая протяженность трубопроводов различного назначения в 120 странах мира составляет около 3,5 млн. км [1]. По прогнозам Межгосударственной Ассоциации природного газа Америки (*INGAA*), к 2035 будут дополнительно построены трубопроводы для транспортировки нефти и газа протяженностью более чем полмиллиона миль (804 тыс. км).

Магистральные и промысловые трубопроводы представляют собой технические устройства, разрушение которых способно вызвать экологические катастрофы и привести к человеческим жертвам. Таким образом, монтаж, ремонт, реконструкция и эксплуатация трубопроводов требуют особого внимания с точки зрения безопасности.

Зависимость дефектов трубопроводов от срока и условий эксплуатации. Дефекты, возникающие в процессе изготовления трубопровода, как правило, находятся в допустимых нормативными документами пределах.

Однако в процессе эксплуатации трубопровода его состояние неизбежно ухудшается.

*Работа выполнена рамках инициативной НИР.
**E-mail: vfl1@bk.ru, pingppc2@ya.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

Несмотря на то, что нормативный срок службы магистральных трубопроводов превышает 30 лет, технологическая наследственность и сложные условия эксплуатации (влияние коррозионной среды, смещение грунта, строительные работы и др.) способствуют накоплению повреждений в стенке трубы задолго до истечения нормативного срока службы (табл. 1).

Таблица 1

Зависимость доли труб с дефектами от срока их эксплуатации

Срок эксплуатации	До 10 лет	10–20 лет	20–30 лет
Доля труб с дефектами, %	11,9	25,6	35,3
В том числе с опасными дефектами, %	0,05	0,34	0,44

По данным ОАО «АК Транснефть» [2], основными причинами утечки нефти из трубопровода являются:

— механические повреждения нефтепроводов (33 % всех аварий);
— коррозия внешняя и внутренняя (53 %);
— дефекты труб (4 %);
— дефекты сварки (3 %);
— эксплуатационные ошибки (6 %);
— прочие (1 %).

Существенная роль коррозии в преждевременном разрушении трубопроводов отмечена в большинстве исследований и аналитических отчетов [3]. Для южных регионов России характерна общая коррозия металла стенки, для северных районов — коррозионное растрескивание под напряжением (рис. 1).



а) *б*)

Рис. 1. Коррозионные повреждения стенки трубы: питтинговая коррозия (*а*); стресс-коррозия (*б*)

Данные, приведенные в табл. 1, показывают, что по мере старения сети магистральных трубопроводов требуемые объемы ремонтных работ возрастают. Так, ежегодно при проведении ремонтно-восстановительных работ специалисты дочерних предприятий ОАО «Газпром» выполняют сварку более 200 тыс. стыков [4].

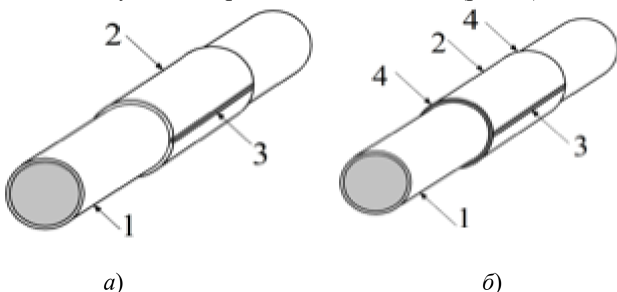
В настоящее время в России около 50 тыс. км труб эксплуатируются более 20 лет, 40 тыс. км — более 30 лет (т. е. уже выработали свой ресурс), 3,7 тыс. км труб прослужили более 40 лет.

Старение трубопроводного транспорта — явление глобальное. В США только 15 % трубопроводов эксплуатируются менее 10 лет, 18 % трубопроводов имеют срок эксплуатации от 10 до 20 лет, а доля трубопроводов, находящихся в эксплуатации более 21 года, — 67 % [5]. Для нефтяной и газовой промышленности проблема коррозии трубопроводов становится все более острой. Несвоевременная диагностика и ремонт трубопроводов с учетом их старения значительно увеличивают вероятность аварий.

Таким образом, представляется весьма актуальным поиск путей совершенствования технологий ремонта и восстановления несущей способности трубопроводов, имеющих повреждения стенки трубы, в том числе коррозионные.

Технологии ремонта трубопроводов. Коррозионные повреждения характеризуются локальным уменьшением толщины стенки трубы. Поврежденные участки длиной и шириной от 100 мм подлежат ремонту, независимо от глубины дефекта.

Наиболее распространенным методом продления срока действия магистрального трубопровода является ремонт с применением ремонтных конструкций (муфт) [6]. Данная технология была разработана в Баттельском мемориальном институте (США) в начале 1970-х годов [7, 8]. Две половины (полуцилиндры) муфты накладывали на поврежденный участок трубы и сваривали между собой продольными швами (рис. 2).



а) *б*)

Рис. 2. Ремонт поврежденного участка трубопровода с применением муфт по типам А (*а*) и В (*б*): 1 — труба; 2 — полуцилиндр муфты; 3 — продольный сварной шов, соединяющий полуцилиндры между собой; 4 — кольцевой шов, присоединяющий торцы муфты к трубе

Итак, было предложено два варианта ремонта — А и В. В первом случае муфту устанавливают с зазором, полость между стенкой трубы и муфтой заполняют герметиками на основе эпоксидной смолы. Во втором случае муфту устанавливают без зазора и приваривают кольцевыми швами к трубе по торцам.

Эти технологии получили развитие в плане конструктивного исполнения и широко применяются в различных странах мира.

В нормативных документах России способы ремонта магистральных трубопроводов подразделяются на две группы:

— методы временного ремонта, восстанавливающие несущую способность участка нефтепровода с дефектами на ограниченный период времени;

— методы постоянного ремонта, восстанавливающие несущую способность участка нефтепровода с дефектами до уровня бездефектного участка на все время его дальнейшей эксплуатации [9].

К наиболее распространенным методам постоянного ремонта относится установка композитной муфты П1 [9] и обжимной приварной муфты с технологическими кольцами П2 [9]. Близкие по конструкции муфты применяют в ПАО «Газпром» [10]. При применении обжимных муфт предполагается, что зазор между стенкой трубы и муфтой отсутствует, т. е. труба непосредственно контактирует с муфтой.

В условиях ремонта на трассе установить обжимную муфту П2 (тип В) без зазора, даже применяя специальные сборочные устройства, практически невозможно [11, 12]. Кроме того, в некоторых нормативных документах допускается сборка трубы и муфты с зазором до 3 мм [13]. Следовательно, можно предположить, что обжимная муфта только защищает поврежденный участок от дальнейшей коррозии, не уменьшая уровень напряжений в стенке трубы.

Можно предположить также, что эффективность ремонта по типу В существенно повысится, если создать условия, при которых муфта будет плотно прилегать к телу трубы и ограничивать перемещение стенки трубы в радиальном направлении при ее нагружении внутренним давлением. При этом муфта, воспринимая часть нагрузки, будет разгружать стенку трубы.

Для обеспечения плотного прилегания стенки трубы к муфте предлагается разместить между трубой и муфтой эластичный слой, например, из полимерного материала, который должен устранить зазор и передать давление стенки трубы на муфту в радиальном направлении. Таким образом, при использовании стальных обжимных муфт особо значимым представляется выявление закономерностей влияния модуля упругости материала прослойки на степень разгрузки стенки трубы.

Анализ влияния характеристик эластичного слоя ремонтной конструкции на напряжения в стенке трубы. Применение полимерных материалов для ремонта поврежденных участков магистральных трубопроводов известно с конца 80-х — начала 90-х годов прошлого столетия. Это такие технологии, как:

— *clock spring* [14, 15];

— ремонт труб полимерными композиционными материалами [16];

— усиливающая композиционная муфта трубопровода — УКМТ [17].

Во всех перечисленных и подобных случаях используются полимерные материалы с высоким модулем упругости, приближающимся к значениям модуля упругости стали.

При этом для обеспечения плотного прилегания стенки трубы к муфте материал прослойки должен иметь малый модуль упругости.

Для моделирования напряженного состояния в трехслойной ремонтной конструкции использовался метод конечных элементов в программном комплексе *ANSIS* при следующих исходных данных:

— наружный диаметр трубы — 1020 мм;

— толщина стенки — 12 мм;

— длина трубы L = 4000 мм;

— материал трубы — сталь К60 ($\sigma_в$ = 590 МПа; $\sigma_т$, = 460 МПа; модуль упругости $E = 2{,}08 \cdot 10^5$МПа; δ_5 = 20 %);

— материал муфты — сталь К60;

— длина муфты — 1500 мм,

— толщина стенки — 12 мм;

— толщина эластичной прослойки — 12 мм.

В качестве материала эластичной прослойки моделировали полимерные материалы с различными значениями модуля упругости:

— полиэтилен высокого давления (ПВД) марок 15003-002 и 15503-004, ГОСТ 16337-77, модуль упругости E = 88,2–127,4 МПа;

— полиэтилен низкого давления (ПНД) марок 273-79, 20108-001 и 20308-005, ГОСТ 16338-85, модуль упругости E = 637,0–880,0 МПа;

— поливинилхлорид (ПВХ), ГОСТ 30673-2013, модуль упругости E = 2200 МПа;

— гибкий анизотропный рулонированный стеклопластик (ГАРС) ТУ 2296-152-05786904-99, модуль упругости E = 52000 МПа;

— однонаправленный стеклопластик фирмы *Argus Limited*, применяемый для муфт clock spring, модуль упругости E = 34500–45000 МПа.

Давление внутри трубы принимали P = 8,3 МПа.

На рис. 3 показан фрагмент трехслойной ремонтной конструкции.

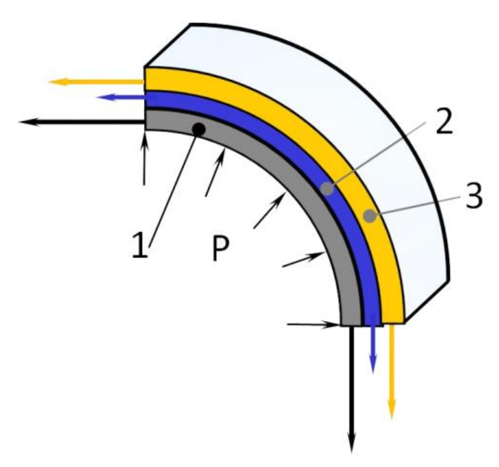


Рис. 3. Схема трехслойной ремонтной конструкции: 1 — труба, 2 — эластичный слой, 3 — муфта

При расчете принимали условие контакта между слоями — скольжение с коэффициентом трения 0,4. Учитывая возможность появления в отдельных слоях муфты сложного напряженного состояния, напряжения в отдельных слоях характеризовали величиной эквивалентных напряжений по фон Мизесу:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}\,,$$

где: σ_1; σ_2; σ_3 — компоненты главных напряжений.

В табл. 2 представлены результаты расчетов напряжений в различных слоях ремонтной конструкции (рис. 3), соответствующих давлению в трубе 8,3 МПа. При этом давлении в стенке трубы вдалеке от муфты эквивалентные напряжения составляли σ_i = 353 МПа.

Таблица 2

Влияние модуля упругости материала прослойки на перераспределение напряжений между трубой и муфтой

Напряжения в слоях ремонтной конструкции, МПа	Материал прослойки (модуль упругости), МПа				
	ПВД, $E = 0{,}15 \cdot 10^3$	ПНД, $E = 1{,}0 \cdot 10^3$	ПВХ, $E = 2{,}2 \cdot 10^3$	Clock Spring, $E = 38 \cdot 10^3$	ГАРС $E = 52 \cdot 10^3$
Стенка трубы	264 (74,7 %)	201 (58 %)	180,5 (51 %)	168 (48,4 %)	164 (46 %)
Прослойка	0,98 (0,3 %)	2,13 (0,6 %)	3,8 (1 %)	30,5 (8,6 %)	40 (11 %)
Стенка муфты	88,5 (25 %)	147,5 (41,4 %)	167 (48 %)	157,5 (43 %)	153 (43 %)
Коэффициент $\beta_м$	1,34	1,76	1,96	2,10	2,15

Для анализа изменения нагрузки в отдельных слоях ремонтной конструкции в табл. 2 в скобках показана относительная доля нагрузки, воспринимаемая отдельными слоями ремонтной конструкции (в процентах от значения эквивалентных напряжений в трубе за пределами зоны установки муфты).

Можно видеть, что с увеличением модуля упругости материала прослойки напряжения в стенке трубы под муфтой снижаются, а напряжения в стенке муфты возрастают, т. е. возрастает эффективность работы муфты как подкрепляющего элемента. Численно подкрепляющий эффект муфты можно характеризовать отношением напряжений в стенке трубы вдалеке от муфты к напряжениям в стенке трубы под муфтой. Обозначим это отношение коэффициентом эффективности ремонтной конструкции $\beta_м$. Если толщина стенки трубы и муфты одинаковая, то при сборке муфты без зазора и без полимерной прослойки $\beta_м = 2$. С увеличением зазора значение $\beta_м$ стремится к единице. В ремонтных конструкциях с полимерной прослойкой (табл. 2) $\beta_м > 1$. Причем величина $\beta_м$ практически не зависит от уровня давления в трубе, т. е. в отличие от ремонтной конструкции без прослойки муфта принимает на себя нагрузку как при низком, так и при высоком давлении в трубе.

Обратим внимание на то, что в области малых значений модулей упругости (для материалов прослоек из ПНД; ПВД; ПВХ) значения напряжений в прослойке составляют около 1 % от напряжений в трубе. В то же время коэффициент эффективности ремонтной конструкции $\beta_м$ составляет достаточно большую величину — 1,34…1,96, т. е. достигает значения $\beta_м \approx 2$, характерного для сборки муфты без зазора. Таким образом, при малых значениях модуля упругости прослойки (E < 3000 МПа) эффективность ремонтной конструкции возрастает главным образом за счет устранения зазора между трубой и муфтой и более полной передачи нагрузки на муфту в радиальном направлении. Важно отметить, что благодаря малому модулю упругости прослойка может заполнять неровности поверхности трубы и обеспечивать более полное прилегание муфты к трубе.

Дальнейшее увеличение модуля упругости материала прослойки приводит к значительному увеличению напряжений, воспринимаемых прослойкой. Их доля по отношению напряжений в стенке трубы возрастает до 11 % при использовании для прослойки материала ГАРС. В данном случае доля нагрузки, воспринимаемая муфтой, уменьшается. Таким образом, при больших значениях модуля упругости материала прослойки увеличение коэффициента эффективности ремонтной конструкции связано с тем, что часть нагрузки воспринимает прослойка, и, следовательно, степень увеличения $\beta_м$ зависит от толщины прослойки. Следует отметить недостаток применения полимерных материалов с большим модулем упругости: вследствие высокой жесткости такой прослойки сложно обеспечить ее плотное прилегание к поверхности трубы на участках местных неровностей поверхности трубы.

Проведенный анализ показывает, что применение в качестве прослойки материалов с модулем упругости 1000 Мпа < E < 3000МПа позволяет повысить эффективность применения ремонтных конструкций для магистральных трубопроводов за счет обеспечения плотного прилегания муфты к трубе.

Выводы

1. Теоретически установлено влияние модуля упругости полимерной прослойки в трехслойной ремонтной конструкции на степень подкрепления поврежденного участка магистрального трубопровода. При этом в зависимости от величины модуля упругости роль прослойки проявляется неоднозначно.

2. Для повышения эффективности работы ремонтной конструкции типа «обжимная приварная муфта» между трубой и муфтой целесообразно размещать эластичную прослойку из материала с модулем упругости

1000 МПа < E < 3000МПа. Это позволяет повысить коэффициент эффективность применения ремонтных конструкций до значений $\beta_м \approx 2$ и обеспечить плотное прилегание муфты к трубе на участках с неровной поверхностью.

3. При больших значениях модуля упругости материала прослойки увеличение коэффициента эффективности ремонтной конструкций связано с тем, что часть нагрузки воспринимает прослойка, и, следовательно, степень увеличения $\beta_м$ зависит от толщины прослойки.

4. Недостатком применения полимерных материалов с большим модулем упругости является то, что вследствие высокой жесткости такой прослойки сложно обеспечить их плотное прилегание к поверхности трубы в местах неровностей.

Библиографический список

1. Field listing: Pipelines [Электронный ресурс] // The World Factbook / Central Intelligence Agency. — Режим доступа: https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/fields/2117.html (дата обращения : 25.11.15).
2. Булавинцева, А. Д. Динамика аварий по причиненному ущербу на линейной части магистральных нефтепроводов ОАО «АК “Транснефть” / А. Д. Булавинцева, П. М. Мазуркин // Современные наукоемкие технологии. — 2011. — № 4 — С. 64–67.
3. Вопросы защиты от коррозии в проектно-сметной документации на объектах нефтегазового комплекса / В. М. Мезенов [и др.] // Журнал нефтегазового строительства. — 2015. — № 1 — С. 24–29.
4. Вышемирский, Е. М. Сварочное производство ОАО «Газпром». Новые требования нормативных документов / Е. М. Вышемирский // Журнал нефтегазового строительства. — 2015. — № 1 — С. 30–39.
5. Hopkins, P. Pipelines: Past, Present, and Future / P. Hopkins // The 5th Asian Pacific IIW International Congress. — Sydney, 2007. — 27 p.
6. Лукьянов, В. Ф. Ремонт конструкций и восстановления деталей сваркой и наплавкой: учеб. пособие / В. Ф. Лукьянов, Ю. Г. Людмирский, Н. Г. Дюргеров. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2011. — 220 с.
7. Bruce, W.-A. Advantages of Steel Sleeves over Composite Materials for Pipeline Repair / W.-A. Bruce, W.-E. Amend // Evaluation, Rehabilitation & Repair of Pipelines : conferences. — Berlin, 2010. — P. 32–34.
8. Kiefner, J.-F. A Study of Two Methods for Repairing Defects in Line Pipe / J.-F. Kiefner, A.-R. Duffy // Final Report to the Pipeline Research Committee of the American Gas Assotiation : Catalog № L22275. — 1974. — October 31. — 3 p.
9. Классификация дефектов и методы ремонта дефектов и дефектных секций действующих магистральных нефтепроводов : руководящий документ РД 23.040.00-КТН-090-07 [Электронный ресурс] / ОАО «АК “Транснефть”». — Режим доступа: http://www.ohranatruda.ru/ot_biblio/normativ/data_normativ/54/54762/ (дата обращения : 20.07.16).
10. Инструкция по технологиям сварки при строительстве и ремонте промысловых и магистральных газопроводов : стандарт организации СТО Газпром 2-2.3-137-2007. Часть II [Электронный ресурс] / ООО «ВНИИГАЗ»; ОАО «Газпром». — Режим доступа : http://www.skonline.ru/doc/59438.html (дата обращения : 20.07.16).
11. Лукьянов, А. А. Анализ напряженно-деформированного состояния ремонтных конструкций магистральных трубопроводов / А. А. Лукьянов // Сварка и контроль — 2013 : мат-лы Междунар. науч.-техн. конф. — Пермь : Изд. ПНИПУ, 2013. — С. 181– 188.
12. Куркин, А. С. Особенности ремонтных конструкций и технологий их сварки при ремонте магистральных трубопроводов без замены / А. С. Куркин, В. В. Бровко, П. А. Пономарев // Журнал нефтегазового строительства. — 2015. — № 1 — С. 40–43.
13. Технология ремонта трубопроводов с применением чопов, патрубков и тройников : руководящий документ РД-91.200.00-КТН-119-07 [Электронный ресурс] / ОАО «АК “Транснефть”» ; ОАО ВНИИСТ. — Режим доступа: http://www.complexdoc.ru/ntdpdf/532551/tekhnologiya_remonta_truboprovodov_s_primeneniem_chopov_patrubkov_i_troinik.pdf (дата обращения : 20.07.16).
14. Fawley, N.-C. Development of Fiberglass Composite Systems for Natural Gas Pipeline Service. Final Report, January 1987 — March 1994 / N.-C. Fawley. — Alexandria : National Technical Information Service, 1994. — 110 p.
15. Stephens, D.-R. Field Validation of Composite Repair of Gas Transmission Pipelines / D.-R. Stephens, T. Kilinski // Annual Report to the Gas Research Institute GRI-94/0139. — 1994. — 86 p.
16. Шарыгин, Ю. М. Повышение прочности дефектных труб, усиленных композитными муфтами с болтовым соединением / Ю. М. Шарыгин, С. В. Романцов, А. М. Шарыгин // Транспорт и подземное хранение газа. — 2002. — № 3. — С. 104–107.
17. Устройство ремонта трубопровода : патент 80530 Рос. Федерация : F16L1/024 / В. В. Юдин, В. В. Лещенко, В. И. Винокуров. — № 2008141387 ; заявл. 21.10.08 ; опубл. 10.02.09, Бюл. № 4. — 3 с.

References

1. Field listing: Pipelines. The World Factbook. Central Intelligence Agency. Available at: https://www.cia.gov/library /publications/ the-world-factbook/fields/2117.html (accessed: 25.11.15).

2. Bulavintseva, A.D., Mazurkin, P.M. Dinamika avariy po prichinennomu ushcherbu na lineynoy chasti magistral'nykh nefteprovodov OAO «AK "Transneft"". [Dynamics of caused damage emergencies at the linear part of "Transneft" main pipelines.] Modern High Technologies, 2011, no. 4, pp. 64–67 (in Russian).

3. Mezenov, V.M., et al. Voprosy zashchity ot korrozii v proektno-smetnoy dokumentatsii na ob"ektakh neftegazovogo kompleksa. [The protection against corrosion in design and estimate documentation for oil and gas facilities.] Journal of Oil and Gas Construction, 2015, no. 1, pp. 24–29 (in Russian).

4. Vyshemirsky, E.M. Svarochnoe proizvodstvo OAO «Gazprom». Novye trebovaniya normativnykh dokumentov. [Welding production of OJSC Gazprom. New reqiurements in statutory documents.] Journal of Oil and Gas Construction, 2015, no. 1, pp. 30–39 (in Russian).

5. Hopkins, P. Pipelines: Past, Present, and Future. The 5th Asian Pacific IIW International Congress. Sydney, 2007, 27 p.

6. Lukyanov, V.F., Lyudmirskiy, Y.G., Dyurgerov, N.G. Remont konstruktsiy i vosstanovleniya detaley svarkoy i naplavkoy: ucheb. posobie. [Structural repair and parts restoration by welding and surfacing: textbook.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2011, 220 p. (in Russian).

7. Bruce, W.-A., Amend, W.-E. Advantages of Steel Sleeves over Composite Materials for Pipeline Repair. Evaluation, Rehabilitation & Repair of Pipelines: conferences. Berlin, 2010, pp. 32–34.

8. Kiefner, J.-F., Duffy, A.-R. A Study of Two Methods for Repairing Defects in Line Pipe. Final Report to the Pipeline Research Committee of the American Gas Assotiation: Catalog no. L22275. 1974, October 31, 3 p.

9. Klassifikatsiya defektov i metody remonta defektov i defektnykh sektsiy deystvuyushchikh magistral'nykh nefteprovodov: rukovodyashchiy dokument RD 23.040.00-KTN-090-07. [Classification of failures and repair techniques of failures and defective sections of active main pipelines: RD 23.040.00-KTN-090-07 regulatory document.] OJSC "Gazprom". Available at: http://www.ohranatruda.ru/ot_biblio/normativ/data_normativ/54/54762/ (accessed: 20.07.16) (in Russian).

10. Instruktsiya po tekhnologiyam svarki pri stroitel'stve i remonte promyslovykh i magistral'nykh gazoprovodov: standart organizatsii STO Gazprom 2-2.3-137-2007. Chast' II. [Instructions for welding technologies in the construction and repair of commercial and main gas pipelines: Gazprom Standards 2-2.3-137-2007. Part II.] LLC "VNIIGAZ"; OJSC "Gazprom". Available at: http://www.skonline.ru/doc/59438.html (accessed: 20.07.16) (in Russian).

11. Lukyanov, A.A. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya remontnykh konstruktsiy magistral'nykh truboprovodov. [Analysis of stress-strain state of repair constructions of main pipelines.] Svarka i kontrol' — 2013: mat-ly Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.[Welding and Control - 2013: Proc. Int. Sci.-Tech. Conf.] Perm: PNIPU Press, 2013, pp. 181–188 (in Russian).

12. Kurkin, A.S., Brovko, V.V., Ponomarev, P.A. Osobennosti remontnykh konstruktsiy i tekhnologiy ikh svarki pri remonte magistral'nykh truboprovodov bez zameny. [Features of repair structures and technologies of welding during the recovery of main pipelines without pipe substitution.] Journal of Oil and Gas Construction, 2015, no. 1, pp. 40–43 (in Russian).

13. Tekhnologiya remonta truboprovodov s primeneniem chopov, patrubkov i troynikov: rukovodyashchiy dokument RD-91.200.00-KTN-119-07. [Technology of pipeline repair using fids, nipples, and T-bends: regulatory document RD-91.200.00-KTN-119-07.] OJSC "Transneft"; OJSC VNIIST. Available at: http://www.complexdoc.ru/ntdpdf/532551/tekhnologiya_remonta_truboprovodov_s_primeneniem_chopov_patrubkov_i_troinik.pdf (accessed: 20.07.16) (in Russian).

14. Fawley, N.-C. Development of Fiberglass Composite Systems for Natural Gas Pipeline Service. Final Report, January 1987 - March 1994.Alexandria: National Technical Information Service, 1994, 110 p.

15. Stephens, D.-R., Kilinski, T. Field Validation of Composite Repair of Gas Transmission Pipelines. Annual Report to the Gas Research Institute GRI-94/0139, 1994, 86 p.

16. Sharygin, Y.M., Romantsov, S.V., Sharygin, A.M. Povyshenie prochnosti defektnykh trub, usilennykh kompozitnymi muftami s boltovym soedineniem. [Increasing strength of defective pipes reinforced by composite bolt couplings.] Transport and Underground Gas Storage, 2002, no. 3, pp. 104–107 (in Russian).

17. Yudin, V.V., Leshchenko, V.V., Vinokurov, V.I. Ustroystvo remonta truboprovoda : patent 80530 Ros. Federatsiya : F16L1/024. [Pipeline repair device.] Patent RF, no. 2008141387, 2009 (in Russian).

Поступила в редакцию 01.02.2016
Сдана в редакцию 01.02.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793.79.015 DOI 10.12737/20220

Технологическое обеспечение заданного качества поверхностного слоя деталей при обработке динамическими методами поверхностного пластического деформирования*

М. А. Тамаркин[1], А. С. Шведова[2], Р. В. Гребенкин[3], С. А. Новокрещенов[4]**

[1, 2, 3, 4]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Engineering support for specified quality of parts surface layer under dynamic methods processing of surface plastic deformation***

M. A. Tamarkin[1], A. S. Shvedova[2], R. V. Grebenkin[3], S. A. Novokreshchenov[4]**

[1, 2, 3, 4]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является оптимизация технологического процесса обработки деталей для обеспечения требуемого качества поверхностного слоя при использовании динамических методов поверхностного пластического деформирования (ППД). Предмет исследования — процесс формирования параметров поверхностного слоя, которые обеспечиваются рациональными режимами обработки ППД. В статье представлены уточненные зависимости для определения глубины упрочненного слоя, степени упрочнения и шероховатости поверхностного слоя. На основании данных зависимостей разработана методика аналитического прогнозирования параметров качества поверхностного слоя деталей. Указанные зависимости получили экспериментальную проверку и могут быть использованы для проектирования высокоэффективных, экономичных технологических процессов обработки динамическими методами ППД. Отмечена важность процесса оптимизации технологических процессов по критерию обеспечения долговечности обрабатываемых деталей. Представлена блок-схема алгоритма оптимизации процесса обработки динамическими методами ППД.

The work objective is the optimization of the part cutting process to ensure the specified surface layer quality when using the dynamic methods of the surface plastic deformation (SPD). The research subject is the process of forming the surface layer parameters that ensure the rational SPD processing modes. The adjusted dependences for determining the hardened layer depth, the degree of hardening and roughness of the surface layer are presented. The analytical prediction technique of the parts surface layer quality parameters is developed on the basis of the above-mentioned relations. These relations are experimentally tested and can be used for designing high-performance, cost-effective technological processes based on the application of the dynamic SPD methods. The importance of the process optimization based on the criterion of the workpieces durability is noted. A control-flow chart of the dynamic SPD machining optimization is given.

Ключевые слова: оптимизация технологического процесса, динамические методы поверхностного пластического деформирования, упрочнение поверхности, степень деформации, шероховатость.

Keywords: optimization process, dynamic methods of surface plastic deformation, surface hardening, degree of deformation, roughness.

Введение. Современное представление о технологии машиностроения сформировалось на основе исследований и разработок многих поколений отечественных и зарубежных ученых. Это способствовало становлению отрасли и требовало изучения соответствующих технических закономерностей — в частности, для обеспечения требуемого качества поверхностного слоя деталей и снижения затрат на их изготовление [1].

Очевидно, что долговечность и надежность выпускаемой продукции во многом обусловлена именно состоянием поверхностного слоя деталей. В процессе изготовления и эксплуатации изделий формируются микротрещины, остаточные напряжения, может происходить коррозионное разрушение, износ трущихся поверхностей, изменение структуры, фазового и химического составов. В настоящее время существует большое количество методов обработки, изменяющих состояние и свойства поверхностного слоя. Один из наиболее универсальных и экономичных методов упрочняющей обработки — поверхностное пластическое деформирование (ППД) [2], которое, в свою очередь, может быть статическим, динамическим и комбинированным. Достаточно широко распространены динамические методы

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

**E-mail: tehn_rostov@mail.ru, kazimirovas@mail.ru, Roman-viktorovich@yandex.ru, Novokreschenov.sergej@yandex.ru

***The research is done within the frame of the independent R&D.

ППД, характеризующиеся ударным дискретным приложением деформационного усилия (ударная обработка элементами с направленной траекторией, ударная обработка свободными элементами, ударная обработка полужесткими элементами, чеканка). Применение динамических методов ППД на финишных этапах обработки положительно сказывается на качестве поверхностного слоя деталей.

Основные преимущества обработки методами поверхностного пластического деформирования [3]:
— необходимое с точки зрения эксплуатации распределение остаточных напряжений в поверхностном слое;
— минимальное значение высотных параметров шероховатости поверхности;
— равномерная мелкозернистая структура;
— целостность волокон металла;
— упрочнение поверхностного слоя.

Следует отметить, что перечисленные преимущества обработки положительно сказываются на таких эксплуатационных свойствах, как: коррозионная устойчивость, контактная жесткость, износостойкость, усталостная долговечность [4].

Основная часть. Решением одной из основных задач технологического проектирования является создание комплекса моделей технологического процесса, позволяющих прогнозировать ожидаемые параметры упрочнения: степень деформации, глубину упрочненного слоя, шероховатость обработанной поверхности. В процессе внедрения индентора в поверхностный слой детали в зоне контакта возникает остаточная вмятина, вокруг которой остается отличающееся от сердцевины детали пластически деформированное пространство глубиной h_n. Прогнозирование параметров упрочнения (глубины упрочненного слоя и степени деформации), учитывающее технологические режимы обработки и физико-химические свойства материала детали, представляет собой сложную научную задачу. Приведенные в литературе теоретические зависимости основываются на теории упругости или пластичности со значительными упрощениями и допущениями [5].

Основополагающие исследования в этой области были проведены И. В. Кудрявцевым, М. С. Дроздом, В. П. Пшибыльским, Е. Г. Коноваловым, Д. Д. Папшевым и др.

При моделировании взаимодействия сферического индентора с плоской поверхностью получена обобщающая зависимость. Данная модель описывает влияние размеров площади контакта сферы с плоскостью на глубину упрочненного слоя h_n [6]:

$$h_n = \sqrt{\frac{P}{2\cdot\sigma_T} - 0,5\left(\frac{d}{2}\right)^2}\,, \tag{1}$$

где P — контактная нагрузка, σ_T — предел текучести материала детали, d — диаметр контактной площадки индентора с деталью.

В работе [7] представлена уточненная и пригодная для прогнозирования результатов обработки зависимость, учитывающая, что в большинстве случаев площадь контакта сферического индентора с плоскостью является эллипсной:

$$h_n = K\cdot\sqrt{\frac{P}{2\cdot\sigma_T} - 1.42\cdot a\cdot b}\,. \tag{2}$$

Здесь K — коэффициент, который учитывает влияние формы пятна контакта, a и b — полуоси эллипса контакта:

$$b = \sqrt{R_ш{}^2 - \left(R_ш - h_{\max}\right)^2}\,, \tag{3}$$

$$a = \frac{\pi}{2}\cdot\left(ctg\alpha - f\right)\cdot h_{\max} + b\,, \tag{4}$$

где $h_{\max}$ — максимальная глубина внедрения индентора; $R_ш$ — радиус индентора; α — угол встречи индентора с поверхностью детали; f — коэффициент трения скольжения индентора по материалу обрабатываемой детали.

Применение представленных ранее зависимостей, позволяющих определить глубину проникновения пластической деформации h_n, требует знания таких величин, как контактная нагрузка P и предел текучести материала детали σ_T. Однако в некоторых случаях, в особенности при динамических методах обработки, определение P и σ_T представляет значительные трудности, поэтому определение величины h_n желательно осуществлять через параметры, которые легко вычислить или определить из опытов.

В работе [6] выражение (3) преобразовано:

$$h_n = 2,5\cdot K\cdot\sqrt{D_ш\cdot h_{\max}}\,, \tag{5}$$

где $D_ш$ — диаметр индентора.

В работе [6] представлена зависимость для определения коэффициента, учитывающего влияние формы пятна контакта:

$$K = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)^4. \quad (6)$$

Тогда с учетом (5) и (6) зависимость для определения глубины упрочненного слоя h_n принимает вид:

$$h_n = 3{,}8 \cdot R_ш \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)^4\right] \cdot \sqrt{V_{эф} \cdot \sin\alpha} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_ш}{k_c \cdot c \cdot \sigma_T}}, \quad (7)$$

где $V_{эф}$ — эффективная скорость обработки; $\rho_ш$ — плотность материала индентора; c — коэффициент несущей способности контактной поверхности.

Согласно [8], степень деформации ε — условно принимаемое отношение диаметра остающейся от вдавливания лунки d к диаметру вдавливаемой сферы D.

$$\varepsilon = \frac{d}{D}. \quad (8)$$

Пользуясь результатами исследований, представленными в работе [8], диаметр остающейся после внедрения индентора в деформированное полупространство лунки d можно записать:

$$d = \left(\frac{D \cdot E_y}{0{,}1 \cdot HD}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad (9)$$

где E_y — энергия удара индентора, HD — динамическая твердость материала.

Для динамических методов ППД:

$$E_y = \frac{m_ш \cdot V_{эф}^2}{2}, \quad (10)$$

где $m_ш$ — масса индентора.

Учитывая, что $HB = 0{,}2 \cdot HД^{0{,}89}$ [6], после преобразований получим следующую зависимость для динамических методов ППД:

$$\varepsilon = 0{,}8 \cdot \sqrt{V_{эф}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_ш}{HB^{1{,}12}}}, \quad (11)$$

где HB — твердость материала детали по Бринеллю.

При обработке динамическими методами ППД помимо упрочнения происходит изменение шероховатости поверхности детали от исходных значений до некоторой величины. Она определяется режимами обработки, характеристиками оборудования и инструмента, в дальнейшем сохраняется и называется установившейся. Параметры такой шероховатости формируются при случайном пересечении профилей отпечатков инструмента на поверхности детали. При значительном увеличении времени обработки возникает угроза появления полидеформационных разрушений. Ранее в результате многочисленных теоретических и экспериментальных исследований были получены зависимости для определения установившейся шероховатости [9]:

$$R_{ayст} = 0{,}006 \cdot k_з \cdot \sqrt{\frac{h_{\max} \cdot a \cdot b \cdot l_{ед}}{R^2}}, \quad (12)$$

где $l_{ед}$ — единичная длина; $k_з$ — коэффициент загрузки рабочей камеры.

На основании представленных зависимостей разработана методика аналитического прогнозирования параметров качества поверхностного слоя деталей, обработанных динамическими методами ППД. Данные зависимости получили экспериментальную проверку и могут применяться для проектирования высокоэффективных, экономичных технологических процессов (ТП) обработки динамическими методами ППД.

Оптимизация ТП обработки зависит от выбора технических ограничений, определяющих область существования оптимальных решений. Необходимо как можно точнее формулировать ограничения, которые вытекают из производственных условий. В этом случае остается меньшее количество вариантов процесса, рассматриваемого в качестве основы для выбора оптимального решения [10].

Оптимальным режимом ППД, проводимого с целью упрочнения деталей, испытывающих циклические нагрузки, является тот, который позволит обеспечить максимальное приращение предела выносливости детали по сравнению с его исходным значением.

В общем случае для материала детали с определенным набором физико-механических свойств величина предела выносливости зависит от таких факторов, как:
— величина и распределения остаточных сжимающих напряжений в поверхностном слое детали после ППД;
— глубина упрочненного слоя;
— физическое состояние пластически деформированного слоя детали.

Зависимости для определения глубины упрочненного слоя не позволяют выявить оптимальное физическое состояние поверхностного слоя. Это состояние формируется в процессе обработки детали и определяется конкурирующим влиянием двух протекающих параллельно процессов:
— физического упрочнения (наклепа) с одной стороны,
— разрушения — с другой.

По мере увеличения интенсивности деформации происходит непрерывный рост предела текучести материала детали за счет наклепа. Наибольшие остаточные напряжения сжатия близки к возрастающему пределу текучести.

Для усиления благоприятных факторов нужно стремиться к максимальной интенсивности деформации поверхностного слоя. Однако при такой интенсивности увеличивается вероятность одновременного разупрочнения поверхностного слоя, поэтому необходимо обеспечить оптимальную величину интенсивности деформации, при которой приращение предела выносливости детали будет наибольшим. Очевидно, она должна быть больше интенсивности деформации на предел текучести ε_T и меньше интенсивности деформации непосредственно перед разрушением $\varepsilon_{разр}$.

Учитывая результаты работы [7], при описании деформационного упрочнения можно считать, что главная часть ресурса пластичности исчерпывается на стадии равномерной деформации $\varepsilon_i \prec \varepsilon_p$, а за ее пределами (т. е. при $\varepsilon_i \succ \varepsilon_p$) наблюдается значительный рост количества и размера микродефектов.

Из вышесказанного следует, что при $\varepsilon_i = \varepsilon_p$ упрочнение материала близко к предельному, величина сжимающих остаточных напряжений приближается к максимальной, а появление дефектов (микротрещин) не достигает опасной интенсивности. Таким образом, оптимальной интенсивностью деформации должна быть $\varepsilon_i = \varepsilon_p$.

Приближенные, но достаточно точные значения предельной равномерной деформации ε_p можно определять по зависимости [7]:

$$\varepsilon_p = \frac{245}{HD}, \qquad (13)$$

где HD — динамическая твердость материала.

Для круглого отпечатка интенсивность деформации можно определить по зависимости [7]:

$$\varepsilon_i = 2,4 \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^{\frac{2}{3}}, \qquad (14)$$

где h — глубина остаточной вмятины.

Следует отметить, что в исследованиях, проводимых ранее, оптимизация технологических процессов осуществлялась по критерию трудоемкости [10]. Для упрочняющих методов ППД целесообразнее проводить оптимизацию по критерию усталостной долговечности, которая непосредственно влияет на увеличение долговечности детали.

На рис. 1 представлена блок-схема алгоритма оптимизации процесса динамических ППД [11].

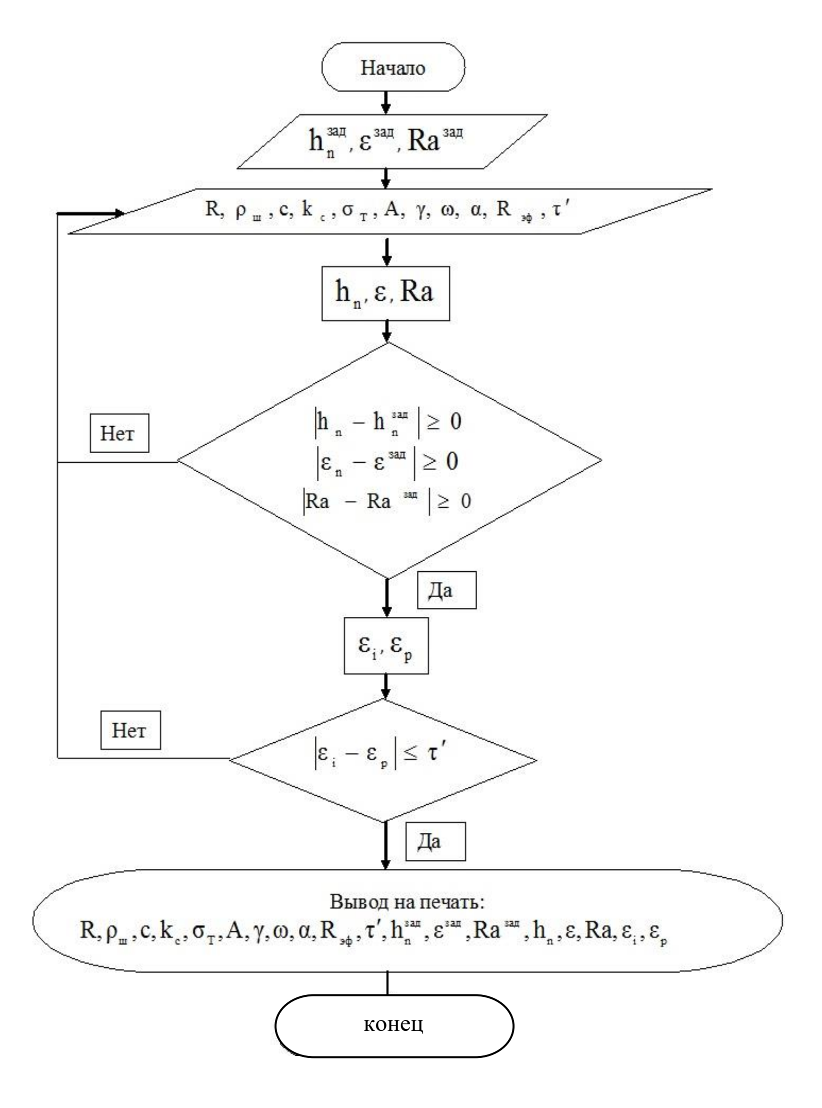


Рис. 1. Блок-схема алгоритма оптимизации процесса обработки динамическими методами ППД

Заключение. Разработанная обобщенная теория прошла комплексную экспериментальную проверку и может быть использована в различных отраслях промышленности для оптимизации ТП обработки деталей динамическими методами ППД по критерию обеспечения долговечности обрабатываемых деталей.

Для оптимизации технологических процессов обработки динамическими методами ППД в качестве целевой функции выбрана интенсивность деформации, то есть из всего множества проектных решений выделяется такое, которое обеспечивает при определенном сочетании технологических факторов величину интенсивности деформации, наиболее близкую к равновесной. В качестве исходных данных, необходимых для начала расчета, используются параметры определенного вида обработки. При этом в качестве ограничительной функции, в зависимости от решаемых технологических задач, будет использоваться заданная глубина упрочненного слоя, степень упрочнения или шероховатость поверхности. При переборе и анализе вариантов принимается во внимание лишь подмножество проектных решений, удовлетворяющее заданным техническим условиям и заданной величине точности.

После того как были подобраны оптимальные значения параметров качества поверхностного слоя, происходит перебор и анализ показателей интенсивности деформации ε_i, удовлетворяющих условиям $\varepsilon_i \approx \varepsilon_p$. После проведенных расчетов на экран выводятся параметры: заданная глубина и степень упрочненного слоя, шероховатость поверхностного слоя, показатели интенсивности деформации, предельной равномерной деформации и параметры обработки.

Библиографический список

1. Rajendran, R. Strain hardening exponents and strength coefficients for aeroengine isotopic metallic materials — a reverse engineering approach / R. Rajendran, C.-V. Raman Nagar // Gas Turbine Research Establishment. — 2014. — № 2 — P. 1–2.

2. Tamarkin, M. A. Surface-layer quality in shot treatment / M. A. Tamarkin, E. E. Tishchenko, V. G. Lebedenko // Russian Engineering Research — 2010. — Vol. 30, № 2. — P. 144–148.

3. Шведова, А. С. Повышение эксплуатационных свойств деталей при обработке динамическими методами поверхностного пластического деформирования / А. С. Шведова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — № 1 (80). — С. 114–120.

4. Лебедев, В. А. Классификация и физико-технологические аспекты динамических методов поверхностно-пластического деформирования / В. А. Лебедев // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11. — № 6 (57). — С. 884–891.

5. Технологические основы оптимизации отделочно-упрочняющей обработки деталей в гранулированных рабочих средах / М. А. Тамаркин [и др.] // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2015. — № 11. — С. 12–16.

6. Дрозд, М. С. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации / М. С. Дрозд, М. М. Матлин, Ю. И. Сидякин. — Москва : Машиностроение, 1986. — 224 с.

7. Сидякин, Ю. И. Разработка методов расчета упругопластических контактных деформаций в процессах упрочнения деталей поверхностным пластическим деформированием : автореф. дис. … докт. техн. наук / Ю. И. Сидякин. — Москва, 2002. — 34 с.

8. Повышение прочности и долговечности крупных деталей машин поверхностным наклепом / И. В. Кудрявцев [и др.]. — Москва : НИИИНФОРМТЯЖМАШ, 1970. — 144 с.

9. Тищенко, Э. Э. Повышение эффективности отделочно-упрочняющей центробежно-ротационной обработки : дис. … канд. техн. наук / Э. Э. Тищенко. — Ростов-на-Дону, 2004. — 151 с.

10. Грубый, С. В. Оптимизация процесса механической обработки и управление режимными параметрами / С. В. Грубый. — Москва : Из-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. — 149 с.

11. Тамаркин, М. А. Теоретические основы оптимизации процессов обработки деталей свободными абразивами : дис … докт. техн. наук / М. А. Тамаркин. — Ростов-на-Дону, 1995. — 285 с.

References

1. Rajendran, R., Raman Nagar, C.-V. Strain hardening exponents and strength coefficients for aeroengine isotopic metallic materials — a reverse engineering approach. Gas Turbine Research Establishment, 2014, no. 2, pp. 1–2.

2. Tamarkin, M.A., Tishchenko, E.E., Lebedenko, V.G. Surface-layer quality in shot treatment. Russian Engineering Research, 2010, vol. 30, no. , pp. 144–148.

3. Shvedova, A.S. Povyshenie ekspluatatsionnykh svoystv detaley pri obrabotke dinamicheskimi metodami poverkhnostnogo plasticheskogo deformirovaniya. [Improvement of part service properties under surface plastic deformation treatment by dynamic methods.] Vestnik of DSTU, 2015, no. 1 (80), pp. 114–120 (in Russian).

4. Lebedev, V.A. Klassifikatsiya i fiziko-tekhnologicheskie aspekty dinamicheskikh metodov poverkhnostno-plasticheskogo deformirovaniya. [Classification and physico-technological aspects of dynamic methods of surface-plastic deformation.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 6 (57), pp. 884–891 (in Russian).

5. Tamarkin, M.A., et al. Tekhnologicheskie osnovy optimizatsii otdelochno-uprochnyayushchey obrabotki detaley v granulirovannykh rabochikh sredakh. [Techniques of optimization of finishing and hardening part treatment in granular operating environments.] Strengthening Technologies and Coatings, 2015, no. 11, pp. 12–16 (in Russian).

6. Drozd, M.S., Matlin, M.M., Sidyakin, Y.I. Inzhenernye raschety uprugoplasticheskoy kontaktnoy deformatsii. [Engineering calculations of elastoplastic contact deformation.] Moscow: Mashinostroenie, 1986, 224 p. (in Russian).

7. Sidyakin, Y.I. Razrabotka metodov rascheta uprugoplasticheskikh kontaktnykh deformatsiy v protsessakh uprochneniya detaley poverkhnostnym plasticheskim de-formirovaniem: avtoref. dis. … dokt. tekhn. nauk. [Development of cal-

culation methods of elastoplastic contact deformation in the processes of part hardening by superficial plastic deformation: Dr.Sci. (Eng.) diss., author's abstract.]. Moscow, 2002, 34 p. (in Russian).

8. Kudryavtsev, I.V., et al. Povyshenie prochnosti i dolgovechnosti krupnykh detaley mashin poverkhnostnym naklepom. [Increasing strength and durability of large machine parts by surface cold working.]. Moscow: NIIINFORMTYaZhMASh, 1970, 144 p. (in Russian).

9. Tishchenko, E.E. Povyshenie effektivnosti otdelochno-uprochnyayushchey tsentrobezhno-rotatsionnoy obrabotki: dis. … kand. tekhn. nauk. [Improving efficiency of finishing-strengthening centrifugally-rotational treatment: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 2004, 151 p. (in Russian).

10. Gruby, S.V. Optimizatsiya protsessa mekhanicheskoy obrabotki i upravlenie rezhimnymi parametrami. [Machining process optimization and operating parameters control.] Moscow: Bauman MSTU Publ. House, 2014, 149 p. (in Russian).

11. Tamarkin, M.A. Teoreticheskie osnovy optimizatsii protsessov obrabotki detaley svobodnymi abrazivami : dis … dokt. tekhn. nauk. [Optimization fundamentals of component processing by loose abrasives: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Rostov-on-Don, 1995, 285 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 09.03.2016
Сдана в редакцию 09.03.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9 + 621.2.082.18 DOI 10.12737/20216

Износостойкость высокоэнтропийных инструментальных режущих материалов*

А. А. Рыжкин[1], А. И. Боков[2], Ю. А. Олейникова[3]**

[1, 2, 3]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Wear-resistance of high entropy cutting-tool materials***

A. A. Ryzhkin[1], A. I. Bokov[2], Y. A. Oleynikova[3]**

[1, 2, 3]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель работы — изучение износостойкости экспериментальных твердых сплавов (ЭТС) и сложнолегированных быстрорежущих сталей (БРС) при резании, а также установление связи между их трибологическими характеристиками и величиной энтропий (термо-ЭДС). Экспериментальные исследования износа ЭТС проводили при продольном точении, а БРС — в условиях трения и на операциях сверления. В кобальтовую связку вводились однокарбидные сплавы молибдена, железа, титана и меди. Показано, что в этом случае по сравнению с базовым сплавом ВК8 возрастают и энтропия, и износостойкость (до 2,5–3 раз). Одновременно расширяется диапазон оптимальных скоростей резания. Установлена функциональная связь между энтропией и термо-ЭДС БРС и показано, что минимальным значениям термо-ЭДС соответствуют большие значения энтропии. Интенсивность изнашивания БРС при трении ниже, а гарантийная стойкость сверл выше у сталей с большим значением энтропий. Полученные результаты целесообразно использовать на операциях формообразования для режущего материала (РМ) максимальной износостойкости, а также при разработке новых РМ.

The work objective is to study the wear resistance of the experimental hard alloys (EHA) and complex alloyed high-speed steels (HSS) under cutting, as well as to establish the interconnection between their tribological characteristics and the entropy values (thermal EMF). The experimental studies on the EHA wear are carried out under the longitudinal turning, and HSS – under the friction conditions and drilling operations. Molybdenum, iron, titanium and copper mono carbide alloys are inserted into the cobalt bonds. It is shown that in this case, both entropy and wear-resistance increase (up to 2.5-3 times) as compared to the VK8 base alloy. At the same time the optimum machining spectrum extends. The functional relation between entropy and thermal EMF of the HSS is established, and it is shown that the minimum values of the thermal EMF correspond to the high entropy values. The HSS wear rate under friction is lower and the guaranteed life of drills is higher in steels with a high entropy value. The results obtained should be applied to the forming operations for the cutting-tool materials (CTM) of the maximum wear-resistance, and when developing new CTM.

Ключевые слова: режущие материалы, износостойкость, термо-ЭДС, энтропия, высокоэнтропийные инструментальные режущие материалы (ИРМ).

Keywords: cutting-tool materials, wear-resistance, thermal EMF, entropy, high entropy cutting-tool materials.

Введение. Важную роль в обеспечении эффективности металлообработки и надежности инструментальных наладок играет лезвийный режущий инструмент (РИ). В настоящее время эксплуатационные свойства твердых сплавов (ТС) и быстрорежущих сталей (БРС) оцениваются на основе экспериментальных данных, а при разработке новых составов учитываются в основном металлургические, технологические и экономические факторы. В этой связи важно прогнозировать свойства существующих и вновь разрабатываемых составов инструментальных режущих материалов (ИРМ), основываясь на изучении комплекса термодинамических процессов в зоне трения при резании и получении аналитических зависимостей для оценки характеристик трения и износа.

На кафедре «Инструментальное производство» Донского государственного технического университета (ДГТУ) зависимость для оценки интенсивности изнашивания была получена исходя из уравнения баланса энтропии и предположения, что в износе инструмента при резании превалируют тепловые процессы [1–6]:

$$J = \frac{\lambda_1 \int_0^h \left(\frac{dT}{dx}\frac{1}{T}\right)^2 dx - \lambda_1 \int_0^h \frac{d^2T}{dx^2}\frac{1}{T} dx}{v\left(S_{298}^0 + \frac{1}{T}\int_{T298}^{T} CpdT\right)} \cdot K \qquad (1)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 12-08-01328/13).

** E-mail: ryzhkin.anatolia@yandex.ru, u_oley@mail.ru

*** The research is done with the financial support from RFFI (grant no. 12-08-01328/13).

Здесь T — температура поверхности изнашиваемого материала; λ_1 — его теплопроводность; $\frac{dT}{dx}$ — градиент температуры; S — энтропия; Cp — объемная теплоемкость.

Первый член числителя в формуле (1) — производство, а второй член — поток тепловой энтропии. Разница между ними — энтропия, накопленная в изнашиваемом материале. Коэффициент K учитывает долю энергии трения, затрачиваемой на образование и удаление частиц износа (в первом приближении этот коэффициент равен отношению температуры вспышки на пятнах фактического контакта к температуре поверхности).

Состав и свойства ЭТС. Данные многочисленных экспериментов позволяют утверждать, что интенсивность изнашивания материала будет тем меньше, чем больше его энтропия — S (находится в знаменателе формулы (1)). Были разработаны экспериментальные твердые сплавы с модифицированной кобальтовой связкой, в которых часть кобальта заменяется молибденом — 1-я группа; железом и медью — 2-я группа; молибденом и титаном — 3-я группа (табл. 1) [4, 7].

Таблица 1

Новые составы ТС и изменение их энтропии в зависимости от состава

№ п/п	Сплав	Состав, %		Энтропия, Дж/моль·гр.	Коэффициент повышения стойкости
		WC*, %	Связка		
1	2	3	4	5	6
1	2.1	91,69	8,31% [6,23% Co + 2,08% Mo]	35,25	1,8
2	2.2	91,4	8,6% [5,6% Co + 3% Mo]	35,22	1,7
3	2.3	90,28	[3,7% Co + 6,02% Mo]	34,95	Растрескивание
4	2.19	92,63	7,38% [1,52% Co + 5,03% Fe + 0,82% Cu]	35,08	1,4
5	2.20	92,38	7,62% [3,6% Co + 3,2% Fe + 0,82% Cu]	35,6	1,5
6	2.21	92,45	7,55% [5,4% Co + 1,43% Fe + 0,82% Cu]	35,16	1,9
7	2.22	91,95	8,05% [5,65% Co + 1,8% Mo + 0,6% Ti]	35,13	2,0
8	2.23	91,59	8,41% [5,1% Co + 2,7% Mo + 0,61% Ti]	35,09	1,8
9	2.24	90,62	9,38% [3,34% Co + 5,44% Mo + 0,67% Ti]	35,0	Растрескивание ≥1,0
10	ВК8 (по ТУ)	92	[7,5–8] %Co; не более 0,3% Fe; O_2 не более 0,5%	35,0	
*Карбид вольфрама.					

При обработке сталей 45 в условиях комбината твердых сплавов г. Владикавказа наибольшую стойкость при точении показали экспериментальные твердые сплавы (ЭТС) с содержанием молибдена не более 2 %, сплавы кобальт-железо-медь (железо не более 1,5 %) и со связкой кобальт-молибден-титан (молибден не более 2,5 %) (см. графу 6 табл. 1.). Оказалось, что стойкость этих сплавов в 1,5–1,9 раза выше, чем у сплава ВК8. Это согласуется с величинами их энтропий (см. графу 5 табл. 1), которые выше, чем у сплава ВК8 (рис. 1, кривая $K_и$ и ΔS^0_{298}).

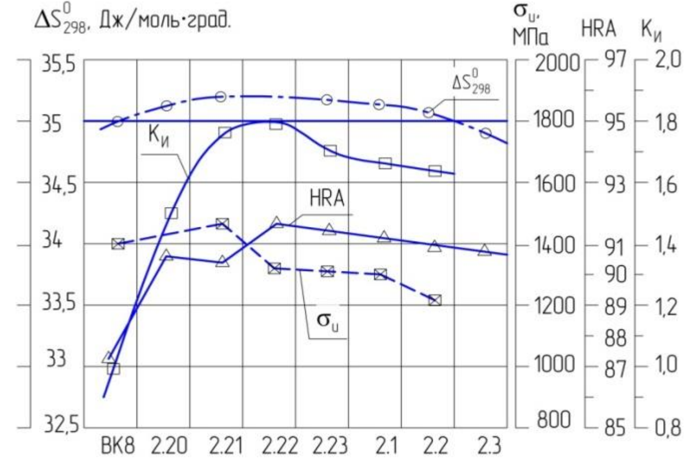


Рис. 1. Характеристики экспериментальных твердых сплавов с модифицированной кобальтовой связкой [4, 7]

Эти данные были проверены в лабораторных условиях на кафедре «Инструментальное производство» ДГТУ при продольном точении жаропрочной стали 12Х18Н10Т. Приняв в качестве критериального износ по задней поверхности $h_3 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ м, на каждой скорости в выбранном диапазоне (V = 0,5; 0,83; 1,25; 1,66; 2,49 и 2,9 м/с) строили кривые износа h_3 от времени работы (рис. 2) [4].

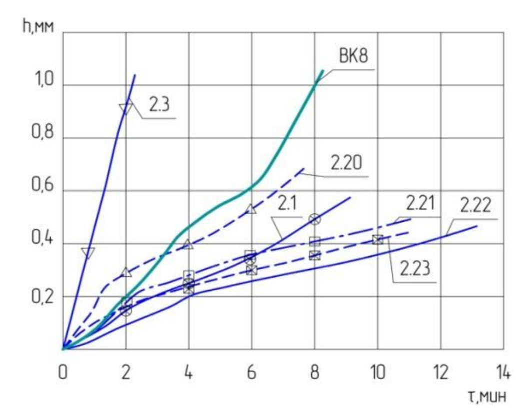


Рис. 2. Износ пластин из экспериментальных твердых сплавов при точении жаропрочной стали 12Х18Н10Т (u = 1,25 м/с; $t = 0{,}5{\cdot}10^{-3}$ м; $s = 0{,}23{\cdot}10^{-3}$ м/об.)

При этом сплавы 2.22, 2.20, 2.21 и 2.1 показали максимальную стойкость, в 2–2,5 раза превышающую стойкость пластин из ВК8, как и при точении стали 45 (см. табл. 1).

Сплавы 2.3 и 2.24, содержащие в связке более 5 % Мо, оказались неработоспособными из-за повышенной хрупкости. Сплав 2.3 во всем диапазоне скорости резания демонстрировал катастрофический износ через 1,5 минуты после начала резания.

Для всех составов ЭТС существует оптимальная скорость резания, при которой интенсивность изнашивания J минимальна (рис. 3).

Составы ЭТС (кроме 2.3 и 2.24) на оптимальных скоростях резания обнаруживают в 2,4–3,0 раза большую износостойкость, чем базовый сплав ВК8. На высоких скоростях резания ($V > 2{,}5$ м/с) сохраняется преимущество сплавов 2.22 и 2.23, а также сплавов 2.21 и 2.1. В зоне низких скоростей резания V = 0,5–0,8 м/с по сравнению с ВК8 сохраняется преимущество сплавов 2.1, 2.20, 2.22, 2.23 в силу меньшей склонности к схватыванию и проявлению адгезионного вида изнашивания, меньшему наростообразованию. Кроме этого, применение ЭТС с модифицированной кобальтовой связкой расширяет диапазон оптимальных скоростей резания (V_0 = 1,25 – 2,0 м/с) [4].

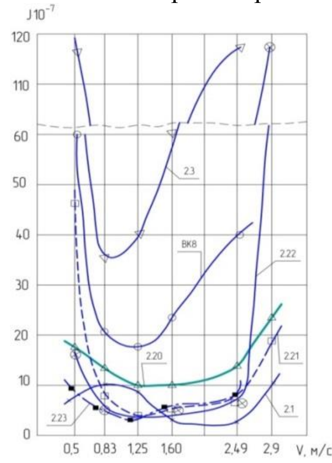


Рис. 3. Интенсивность изнашивания экспериментальных твердых сплавов при точении стали 12Х18Н10Т (V = 0,83 – 1,25 м/с; $t = 0{,}5{\cdot}10^{3}$ м; $S = 0{,}23{\cdot}10^{-3}$ м/об.)

Одной из причин повышенной износостойкости ЭТС может быть их высокая окалиностойкость при взаимодействии с кислородом воздуха. В табл. 2 приведены результаты экспериментов по окалиностойкости этих сплавов (графа 3) и интенсивность изнашивания (графа 4).

Таблица 2

Стойкость ЭТС против газовой коррозии [4]

Сплав	Привес образцов при нагреве, г		Интенсивность изнашивания, $J{\cdot}10^{-7}$ (V = 1,25 м/с)	Энтропия, S^0_{298}, Дж/моль · °C
	300 °C	500 °C		
1	2	3	4	5
ВК8	$1{\cdot}10^{-4}$	$23{\cdot}10^{-3}$	18,0	35,00
2.1	$5{\cdot}10^{-4}$	$1{,}7{\cdot}10^{-3}$	9,0	35,12
2.19	$1{\cdot}10^{-4}$	$1{,}1{\cdot}10^{-3}$	6,0	35,16
2.21	$4{\cdot}10^{-4}$	$1{,}0{\cdot}10^{-3}$	0,5	35,18
2.22	$2{\cdot}10^{-4}$	$0{,}6{\cdot}10^{-3}$	0,45	35,26

Свойства высокоэнтропийных БРС. К группе широко применяемых ИРМ относятся и БРС. Кроме энтропийного показателя они характеризуются еще и величиной абсолютной термо-ЭДС (E).

Из физики твердого тела известно фундаментальное соотношение связи между термо-ЭДС (E) и энтропией материала ΔS [8, 9]:

$$E = -\frac{\Delta H - T\Delta S}{Fn}, \tag{2}$$

где F — постоянная Фарадея, n — число электронов, Т— абсолютная температура.

Из (2) видно, что большему значению энтропии материала соответствует меньшая термо-ЭДС.

Связь между E и S (2) была проверена на быстрорежущих сталях. В табл. 3 и на рис. 4 представлены результаты расчетных значений энтропий для разный марок быстрорежущих сталей и сравнение с величинами их относительных ЭДС (по отношению к платине).

Таблица 3

Физические и эксплуатационные характеристики БРС [4, 10]

Марка стали	Физические свойства		Трение	Сверление	
	Абсолютная термо-ЭДС, мкВ/ °С	Энтропия, S^0_{298}, Дж/моль · °С	Интенсивность изнашивания, $J \cdot 10^{-8}$	Стойкость*	
				T (0,5)	T (0,9)
Р18	15,2	28,04	2,5	144	66
Р12	–	27,67	2,0	–	–
Р6М5	15,0	27,26	3,0	178/163	82
Р6М4Ф4	13,5	27,46	2,5	245	68
Р4М4Ф4	8,7	27,3	–	102	68
10Р6М5	–	27,60	–	198	–
Р6М5К5	–	27,70	1,5	–	–
Р8М3Ф4	10,8	27,53	1,6	175	70
Р9Ф5	11,5	27,83	1,5	145	69
Р6Ф2К8М5	4,2	27,57	1,5	241	90
Р12Ф2К8М3	6,1	30,78	1,4	332	130
Р18Ф2К8	–	30,60	–	–	–
*В количестве отверстий.					

Из рис. 4 видно, что существует связь между энтропией ИРМ как термодинамической характеристикой и относительной (абсолютной) термо-ЭДС: большей энтропии соответствует меньшая абсолютная термо-ЭДС стали — ε.

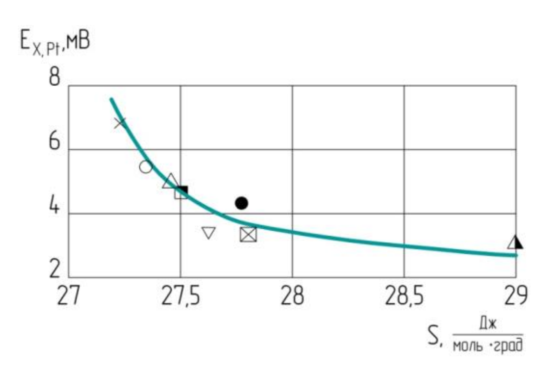


Рис. 4. Связь между энтропией и термо-ЭДС для быстрорежущих сталей разных марок (ГОСТ 19265-73): ▽ — Р6Ф2К8М5, ◭ — Р12Ф2К8М3, ○ — Р18, △ — Р6М4Ф4, ✕ — Р6М5, ⊠ — Р6М5К5, ◪ — Р8М3Ф4, ● — Р9Ф5

Экспериментально установлена связь между износостойкостью быстрорежущих сталей при трении и резании (сверление) и термодинамическими характеристиками структуры — энтропии и термо-ЭДС (рис. 5). Наилучшие показатели продемонстрировали стали, имеющие минимальные значения термо-ЭДС.

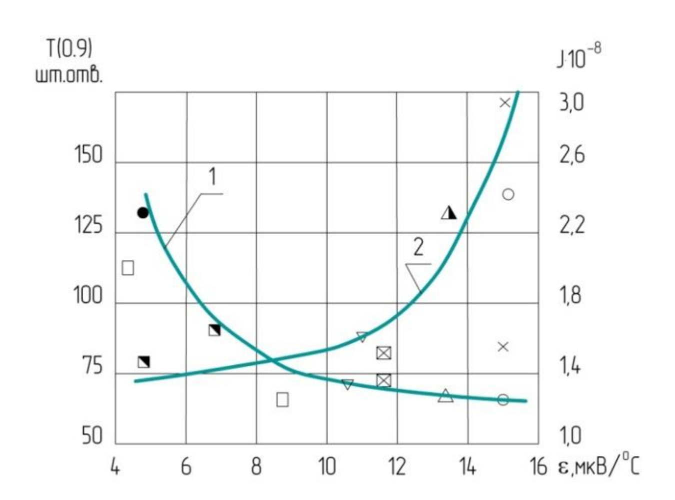


Рис. 5. Взаимосвязь абсолютной термо-ЭДС и интенсивности изнашивания БРС при трении (кривая 2) и гарантийной стойкости сверл при резании (кривая 1) для разных марок быстрорежущих сталей [10]: ◪ — Р6Ф2К8М5, ● — Р12Ф2К8М3, ○ — Р18, □ — Р4М4Ф4, △ — Р6М4Ф4, ✕ — Р6М5, ◭ — Р6М5К5, ▽ — Р8М3Ф4, ⊠ — Р9Ф5

Выводы.

1. Теоретическая оценка интенсивности изнашивания ИРМ как гетерогенных структур показала, что для снижения износа при трении и резании необходимо увеличивать энтропию или уменьшать абсолютную термо-ЭДС.

2. Для быстрорежущих сталей обнаружена функциональная взаимосвязь между структурными характеристиками материалов — абсолютной термо-ЭДС и энтропией.

3. В качестве параметра, характеризующего работоспособность ИРМ в условиях резания, целесообразно использовать его энтропию, так как этот параметр поддается расчету при известном химическом составе ИРМ. При «конструировании» ИРМ следует повышать энтропию варьированием состава.

Библиографический список

1. Термодинамический метод оценки интенсивности изнашивания трущихся материалов / А. А. Рыжкин [и др.] // Трение и износ. — 1982. — Т. 3, № 5. — С. 867–872.

2. Рыжкин, А. А. Обработка материалов резанием: физические основы / А. А. Рыжкин. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 1996. — 242 с.

3. Рыжкин, А. А. Обработка материалов резанием / А. А. Рыжкин. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 1995. — 256 с.

4. Оценка работоспособности высокоэнтропийных инструментальных режущих материалов / А. А. Рыжкин [и др.] // Трение и износ. — 2016. — Т. 37, № 1. — С. 47–54.

5. Ryshkin A. Über Reibung und Verschleiss bei der Zerspanung mit W-Co und W-frei beschichteten Schneidwerkzeugen / A. Ryshkin // 14th International Plansee Seminar'97 : Proceedings. — Reutte, Tirol, Wattens. — 1997. — Vol. 2. Cemented Carbides and Hard Materials. — P. 300–314.

6. Рыжкин, А. А. Синергетика изнашивания инструментальных режущих материалов (трибоэлектрический аспект) / А. А. Рыжкин. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2004. — 322 с.

7. Твердый сплав на основе карбида вольфрама (варианты) : патент 2531332 Рос. Федерация : МПК С22С29/08 / А. А. Рыжкин [и др.] ; Донской государственных технический университет. — 2012128284/02 ; заявл. 04.07.12 ; опубл. 20.10.14, Бюл. № 29. — 6 с.

8. Термоэлектродвижущая сила металлов / Ф.-Дж. Блатт [и др.] ; пер. с англ. под ред. Д. К. Белащенко. — Москва : Материал, 1980. — 248 с.

9. Карапетьянц, М. Х. Введение в теорию химических процессов / М. Х. Карапетьянц. — Москва : Высшая школа, 1975. — 333 с.

10. Рыжкин, А. А. О связи между износостойкостью и физическими свойствами инструментальных материалов / А. А. Рыжкин, В. В. Илясов // Вестник машиностроения. — 2000. — № 12. — С. 32–40.

References

1. Ryzhkin, A.A., et al. Termodinamicheskiy metod otsenki intensivnosti iznashivaniya trushchikhsya materialov. [Thermodynamic method for estimating wear rate of rubbing materials.] Journal of Friction and Wear, 1982, vol. 3, no. 5, pp. 867–872 (in Russian).

2. Ryzhkin, A.A. Obrabotka materialov rezaniem: fizicheskie osnovy. [Materials cutting: physical fundamentals.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1996, 242 p. (in Russian).

3. Ryzhkin, A.A. Obrabotka materialov rezaniem. [Materials cutting.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 1995, 256 p. (in Russian).

4. Ryzhkin, A.A., et al. Otsenka rabotosposobnosti vysokoentropiynykh instrumental'nykh rezhushchikh materialov. [Determination of the efficiency of high-entropy cutting tool materials.] Journal of Friction and Wear, 2016, vol. 37, no. 1, pp. 47–54 (in Russian).

5. Ryshkin, A. Über Reibung und Verschleiss bei der Zerspanung mit W-Co und W-frei beschichteten Schneidwerkzeugen. 14th International Plansee Seminar'97: Proceedings. Reutte, Tirol, Wattens, 1997, vol. 2. Cemented Carbides and Hard Materials. Pp. 300–314.

6. Ryzhkin, A.A. Sinergetika iznashivaniya instrumental'nykh rezhushchikh materialov (triboelektricheskiy aspekt). [Synergetics of cutting tool materials wear (triboelectric aspect).] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2004, 322 p. (in Russian).

7. Ryzhkin, A.A., et al. Tverdyy splav na osnove karbida vol'frama (varianty): patent 2531332 Ros. Federatsiya: MPK S22S29/08. [Solid carbide based on tungsten carbide (options).] Patent RF, no. 2531332, 2014 (in Russian).

8. Blatt, F.-J., et al. Termoelektrodvizhushchaya sila metallov. [Thermoelectric power of metals.] Transl. from English. Moscow: Material, 1980, 248 p. (in Russian).

9. Karapetyants, M.K. Vvedenie v teoriyu khimicheskikh protsessov [Introduction to chemical processes theory.] Moscow: Vysshaya shkola, 1975, 333 p. (in Russian).

10. Ryzhkin, A.A., Ilyasov, V.V. O svyazi mezhdu iznosostoykost'yu i fizicheskimi svoystvami instrumental'nykh materialov . [On the relationship between wear resistance and physical properties of the tool materials.] Vestnik Mashinostroeniya, 2000, no. 12, pp. 32–40 (in Russian).

Поступила в редакцию 07.04.2016
Сдана в редакцию 08.04.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793.14 DOI 10.12737/20221

Технология нанесения защитных покрытий на поршневые кольца дизельных двигателей*

И. Н. Кравченко[1], Е. М. Зубрилина[2], Т. А. Чеха[3], М. В. Добычин[4]**

[1,3,4] Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К. А. Тимирязева, г. Москва, Российская Федерация

[2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Technique of applying protective coatings on diesel piston rings***

I. N. Kravchenko[1], E. M. Zubrilina[2], T. A. Czecha[3], M. V. Dobychin[4]**

[1,3,4] Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Moscow, Russian Federation

[2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель работы заключается в поиске новых перспективных конструкционных малоактивируемых материалов. Описаны дисперсно-упрочненные микролегированные сплавы на основе хрома, которые показывают хорошие физико-механические свойства в исходном состоянии. Приведены результаты сравнительных исследований прочностных свойств хромовых покрытий, полученных газотермическими и гальваническими методами нанесения на поршневые кольца. Это позволяет выявить и оценить преимущества данных покрытий в зависимости от эксплуатационных характеристик. Построены экспериментальные зависимости износа хромированных колец от наработки двигателя. Приведены результаты ускоренных и натурных испытаний различных двигателей по определению влияния состава хромовых покрытий на величину и характер изменения коэффициента трения в зависимости от нагрузки. Определена эффективность применения исследованных покрытий для поршневых колец дизельных двигателей.

Ключевые слова: адгезионная и когезионная прочность, газотермические и гальванические хромовые покрытия, износостойкость, коррозионная стойкость, поршневое кольцо, твердость, термостойкость, трение, шаржирование, эффект Ребиндера.

The work objective is to search for new non-conventional structural low-activated materials. The dispersion-strengthened micro-alloyed chrome-based alloys that show high mechanical-and-physical properties under the initial condition are described. The results of the comparative studies of the chromium structural behavior obtained by the galvanic and hot spraying methods applied to the piston rings are quoted. This allows identify and assess the advantages of these coatings depending on the performance. Chromium rings wear – engine operating time experimental dependences are shown. The results of the quick and full-scale testing of various engines to determine the effect of the chromium coating composition on the size and behavior of the friction factor depending on the load are described. The feasibility of applying the diesel piston ring coatings under study is assessed.

Keywords: adhesive and cohesive strength, gas-thermal and electrolyte chrome coatings, wear resistance, corrosion resistance, piston ring, hardness, heat resistance, friction, charging, Rehbinder effect.

Введение. Опыт эксплуатации сельскохозяйственных машин показывает, что надежность дизельных двигателей в значительной степени зависит от характеристик деталей цилиндропоршневой группы и прежде всего — от скорости изнашивания поршневых колец, которая определяется не только вибрационным и напряженно-деформируемым состоянием, но также составом и технологией нанесения защитных покрытий [1 – 4].

Применение гальванических хромовых покрытий позволяет лишь частично решать задачи, связанные с повышением долговечности деталей. Так, широко применяемый гальванический способ нанесения хрома на рабочую поверхность поршневых колец снижает интенсивность изнашивания всего на 25–30 %, что явно недостаточно, особенно при повышенных давлениях сгорания в цилиндре, характерных для высокофорсированных дизелей [5, 6].

Повышение уровня форсирования дизелей ограничивает области применения данных технологий нанесения гальванических покрытий. В качестве причин могут быть названы температурная нестабильность, наводороживание поверхности, низкая смачиваемость маслом и возникающие прожоги и схватывания, а также недостаточная механическая прочность при увеличении толщины [7]. Кроме того, необходимо отметить высокую энергоемкость,

* Работа выполнена в рамках инициативной НИОКР.

** E-mail: kravchenko-in71@yandex.ru, elena-zubrilina@rambler.ru, vivat91@mail.ru, mr.kep@yandex.ru

*** The research is done within the frame of the independent R&D.

трудоемкость процесса. Следует особо сказать о токсичности выделений и стоков. Таким образом, перечисленные факторы стимулируют поиск эффективных ресурсосберегающих технологий.

В сложившихся условиях все более актуальной представляется необходимость изыскания путей замены гальванического хрома на хромсодержащие газотермические покрытия.

В настоящее время для повышения долговечности и работоспособности деталей в различных отраслях промышленности используются газотермические хромовые покрытия [8–11], которые придают поверхностным слоям уникальные свойства, существенно отличающееся от свойств материала основы. Это позволяет многократно повышать триботехнические характеристики таких покрытий.

В статье рассматриваются процессы изменения триботехнических характеристик газотермических хромовых покрытий при варьировании их элементного состава в диапазоне нагружений поршневых колец дизельных двигателей.

О высоких характеристиках этих покрытий по антифрикционным свойствам свидетельствуют:

— результаты исследований характеристик трения и износа хромовых покрытий в условиях работы деталей цилиндропоршневой группы высокофорсированного дизельного двигателя [12–14];

— опыт эксплуатации поршневых колец.

В работе представлен ряд экспериментов, позволяющих определить, каким образом основные технологические параметры газотермического и гальванического нанесения хромовых покрытий влияют на структуру и свойства получаемого слоя. В ходе исследования сравнивались свойства хромовых покрытий, полученных двумя указанными методами, и результаты их испытаний. На основе полученных таким образом данных оценивались эксплуатационные характеристики и затраты, связанные с перевооружением или модернизацией производства.

Цель работы и задач исследования. Целью работы является разработка прогрессивных технологий нанесения газотермических защитных покрытий на поршневые кольца дизельных двигателей при работе в условиях высоких температур и давлений, а также оценка возможности их применения взамен гальванического хромирования.

Основными задачами исследования являются:

— определение физико-механических свойств и эксплуатационных характеристик хромовых покрытий применительно к работе поршней и поршневых колец;

— оценка влияния этих покрытий на технико-экономические характеристики дизельных двигателей.

Материалы и методика исследования. Программа исследований предусматривала оценку усталостных характеристик с использованием регрессионного анализа. В качестве материала подложки исследовали покрытия, полученные:

— из порошков хрома ПХ1М (порошкообразное вещество, состоящее из соединения хрома с другими компонентами в малых количествах), нанесенные плазменным напылением в азотной плазме;

— из пруткового микролегированного хрома ВХ2К, нанесенного газопламенным напылением;

— из сульфатно-фторидного электролита, нанесенного гальваническим осаждением.

Химический состав малолегированных сплавов на основе хрома приведен в таблице.

Таблица

Химический состав малолегированных сплавов на основе хрома

Сплав	Содержание элементов, мас. %									
	Fe	*La*	*Ta*	*V*	*Re*	*Zr*	*C*	*O*	*N*	*H*
ВХ2К	–	0,3–0,4	0,3–0,5	0,3–0,5	–	–	0,001–0,01	0,001–0,03	0,002–0,1	0,001
ВХМ	–	0,1–0,2	0,1–0,4	0,5–0,6	0,2–0,4	0,05–0,07	0,005	0,006	0,01	0,001
*ХР*3	0,2–0,5	0,2–0,5	–	–	–	–	0,01–0,02	0,005–0,08	0,005–0,04	0,001

Режимы нанесения хромовых покрытий оптимизированы по общепринятым методикам [15,16]. Для количественного определения прочности сцепления используют метод прямого отрыва покрытия от подложки либо сдвига относительно последней. С этой целью к поверхности покрытия приклеивают либо припаивают металлические стержни, к которым затем прикладывается растягивающее усиление. К недостаткам данного метода следует отнести вероятность проникновения материала припоя либо клея на границу раздела «покрытие — подложка» и изменения характеристик сцепления. В случае прямого отрыва разрыв обычно начинается в точке, где локальное напряжение превышает локальную прочность. В этом случае результаты измерения усилий отрыва нельзя отнести к определенной площади. Однако для оценки работоспособности покрытия усилие отрыва к проекции его площади соотносится с плоскостью, перпендикулярной действующей силе. При определении прочности сцепления методом сдвига усилие направлено на слой покрытия касательно поверхности подложки. Испытания на износостойкость проводили на машине трения во всей области скоростей и давлений трения кольца по гильзе цилиндра.

Результаты исследований, их анализ и обсуждение. *Адгезионные свойства покрытий.* Прочность сцепления покрытия — как на отрыв, так и на сдвиг — снижается в зависимости от толщины покрытия, что обусловлено его напряженным состоянием. По абсолютной величине у газотермических покрытий прочность сцепления примерно в 2 раза ниже, чем у гальванических (рис. 1). Это связано с большой разницей коэффициентов линейного расширения покрытия и основы.

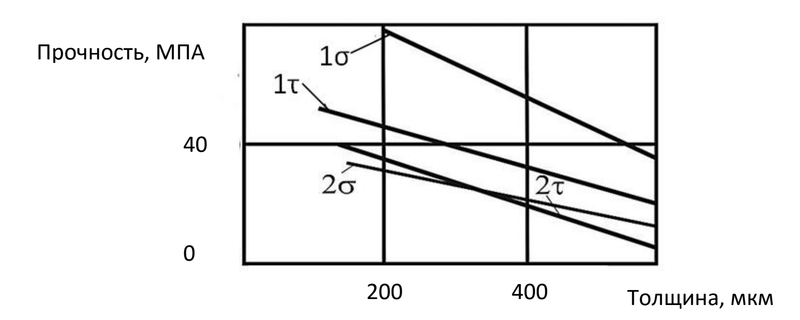


Рис. 1. Зависимость от толщины прочности сцепления покрытия (на отрыв σ и на сдвиг τ) поршневых колец из серого легированного чугуна: 1 — хром гальванический; 2 — хром газотермический

Очевидно, что для повышения адгезионных свойств покрытий необходимо применять специальные методы, например, подслои, экзотермические реагирующие компоненты, подбор формы канавки на поршневом кольце и др.

Термостойкость. Исследование газотермических покрытий показало следующие их преимущества:

— выдерживают давление до схватывания в 2 раза выше, чем гальванический хром, при граничном трении и в 1,5 раза выше — при сухом трении (рис. 2);

— более устойчивы к температурному разрушению и не подвержены снижению твердости в зависимости от температуры.

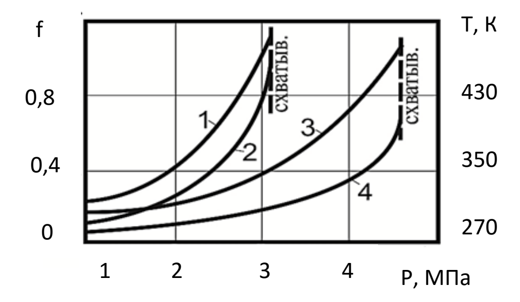


Рис. 2. Давление схватывания хромовых покрытий в условиях сухого трения:
1, 2 — гальванический хром; 3, 4 — газотермический хром

Анализ полученных результатов показывает, что использование исследованных покрытий для поршневых колец обеспечивает лучшие характеристики трения сопряжения «гильза — поршневое кольцо» по сравнению с используемым гальваническим хромовым покрытием. Однако при повышении общих нагрузок коэффициенты трения исследованных покрытий увеличиваются. Это свидетельствует о том, что для достижения большего эффекта использования перспективных покрытий поршневых колец целесообразно одновременно проработать возможность снижения действующих нагрузок в сопряжениях.

Коррозионная стойкость. Защитные свойства газотермических хромовых покрытий хуже, чем гальванических, что обусловлено их большей пористостью (рис. 3). Газопроницаемость покрытий пропорциональна площади пор, коррозионный ток (токовый показатель) резко возрастает после достижения 10 % пористости. Это свидетельствует об увеличении размеров пор. При этом снижается число адгезионных связей за счет коррозии чугуна на границе «кольцо — покрытие». Кроме того, наличие минеральных кислот (серной, соляной и др.) приводит к поверхностной коррозии самого покрытия и снижению поверхностной прочности [7, 14] (эффект Ребиндера — адсорбционное понижение прочности твердых тел). Увеличение пористости усугубляет этот процесс, что сказывается на работе двигателя при использовании сернистого топлива.

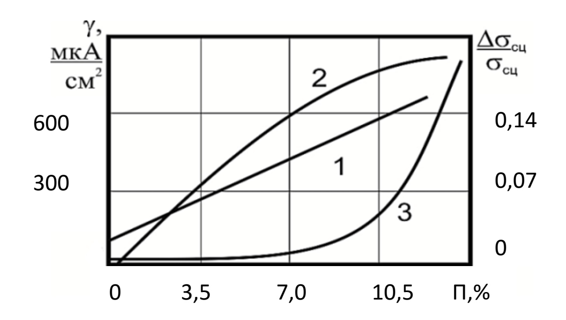


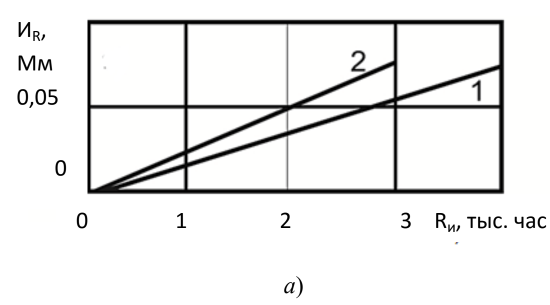
Рис. 3. Влияние пористости хромовых покрытий на газопроницаемость по Банзену (1), плотность коррозионного тока (2) и снижение прочности сцепления (3) после выдержки в 3-процентном растворе *NaCl*

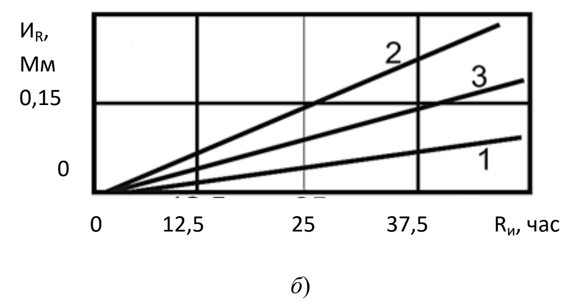
Напряженное состояние и характеристики разрушения. Результаты исследований внутренних напряжений показывают, что гальванические хромовые покрытия имеют значительные конденсационные напряжения, меняющие знак по мере увеличения толщины и релаксирующие путем растрескивания покрытия. Газотермические покрытия, благодаря своей демпферной структуре, обладают меньшими по величине сжимающими конденсационными напряжениями, но достаточно большими термическими, релаксирующими путем разрыва адгезионных связей.

Анализ исследований критического коэффициента интенсивности напряжений и хрупкости показывает преимущества газотермических покрытий. Кроме того, в гальванических покрытиях когезионная прочность ниже адгезионной и снижается в зависимости от толщины покрытия. При силовом воздействии газотермические хромовые покрытия разрушаются адгезионно, а гальванические — когезионно, причем прочность газотермических покрытий вдвое ниже.

Износостойкость. Благодаря меньшему коэффициенту трения и большей пористости, газотермические хромовые покрытия обладают меньшим износом в паре с чугуном при сухом и граничном трении.

Однако необходимо заметить, что в дизельном двигателе при работе на сернистом топливе газотермические покрытия показывают больший износ, чем гальванические (рис. 4). Здесь, по-видимому, причин несколько:
— во-первых, проявление упоминавшегося выше эффекта Ребиндера;
— во-вторых, шаржирование (насыщение поверхности абразивными материалами) более пористого и мягкого газотермического покрытия частицами абразива, причем шаржируемые материалы выполняют роль рабочего тела и по сути являются расходным материалом.





а) *б*)

Рис. 4. Зависимость износа верхних хромированных колец от наработки двигателя: натурные испытания двигателя СМД-63 (*а*); ускоренные испытания двигателя Д-245 (*б*); 1 — хром гальванический; 2, 3 — хром газотермический ПХ1М и ВХ2К соответственно

Таким образом, анализ проведенных исследований показывает, что для эффективного применения в качестве защитных покрытий поршневых колец дизельных двигателей перспективны микролегированные сплавы хрома типа ВХ2К, позволяющие достичь меньшего размера пор и обладающие большей твердостью и износостойкостью.

Выводы

1. Проведены испытания по определению триботехнических характеристик хромовых покрытий, полученных методом газотермического напыления в сравнении с гальваническим хромовым покрытием. В результате показана возможность существенного повышения работоспособности деталей и улучшения их характеристик, что обеспечивает устойчивую работу высоконагруженных деталей форсированных двигателей.

2. Результаты исследований по многократному повышению износостойкости деталей и экологичности производства при использовании в узлах трения газотермических хромовых покрытий (вместо гальванических) позволяют рекомендовать их на поршневых кольцах выпускаемых дизельных двигателей.

3. Разработанная технология при правильном подборе напыляемых материалов и режимов их нанесения может успешно применяться при восстановлении деталей с изношенными хромовыми покрытиями.

Библиографический список

1. Наноматериалы в техническом сервисе сельскохозяйственных машин / В. И. Черноиванов [и др.]. — Москва : ГОСНИТИ, 2010. — 67 с.

2. Повышение послеремонтной безотказности ДВС и трансмиссий тракторов применением наноматериалов / В. П. Лялякин [и др.] // Труды ГОСНИТИ. — 2013. — Т. 113. — С. 90–98.

3. Соловьев, Р. Ю. Нетрадиционная триботехника в АПК / Р. Ю. Соловьев // Вестник Рос. акад. с.-х. наук. — 2013. — № 1. — С. 76–78.

4. Безызносная эксплуатация двигателя внутреннего сгорания // под ред. Р. Ю. Соловьева. — Москва : ГОСНИТИ, 2015. — 262 с.

5. Мяконьков, М. Б. Совершенствование технологии нанесения износостойких покрытий на поршневые кольца судовых дизелей с учетом их вибрационного и напряженно-деформированного состояния : дис ... канд. техн. наук / М. Б. Мяконьков. — Санкт-Петербург, 2012. — 135 с.

6. Кравченко, И. Н. Обеспечение надежности адгезионной связи плазменных покрытий на поршневых кольцах ДВС с учетом их теплового и термонапряженного состояния / И. Н. Кравченко, Е. М. Бобряшов, А. Ф. Пузряков // Международный журнал экспериментального образования. — 2013. — № 10, ч. 2. — С. 358–361.

7. Сравнение коррозионной стойкости покрытия гальванического хрома и покрытия на основе карбида вольфрама, нанесенных высокоскоростным газопламенным напылением (HVOF) / С. Л. Балдаев [и др.] // Энциклопедия инженера-химика. — 2009. — № 11. — С. 13–18.

8. Пилипенко, Н. Н. Малоактивируемые сплавы на основе хрома / Н. Н. Пилипенко // Вопросы атомной науки и техники. — 2007. — № 4. — С. 198–203.

9. Новые подходы к повышению ресурса деталей машиностроения методами газотермического напыления наноструктурированных материалов / А. Ф. Пузряков [и др.] // Ремонт, восстановление, модернизация. — 2014. — № 6. — С. 32–35.

10. Ресурсосберегающие технологии получения функциональных наноструктурированных покрытий высокоскоростными методами нанесения / И. Н. Кравченко [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 3 (82). — С.19–28.

11. Газотермическое напыление / Л. Х. Балдаев [и др.]. — 2-е изд. — Москва : Старая Басманная, 2015. — 539 с.

12. Мощенок, В. И. Определение триботехнических характеристик композитных ионно-плазменных покрытий для поршневых колец дизельных двигателей / В. И. Мощенок, Е. А. Нестеренко, А.В. Сагалович // Вестник Харьков. нац. автомобильно-дорож. ин-та. — 2009. — № 46. — С. 111–115.

13. Технология нанесения износостойкого покрытия стальных поршневых колец / Г. А. Околович [и др.] // Обработка металлов. — 2012. — № 4 (57). — С. 50–52.

14. Кравченко, И. Н. Исследования прочностных свойств и эксплуатационных характеристик хромовых покрытий, полученных различными методами напыления / И. Н. Кравченко, Е. М. Зубрилина, С. Г. Марковчин // Ремонт, восстановление, модернизация. — 2012 — № 6. — С. 27–30.

15. Кравченко, И. Н. Экспериментально-расчетная методика определения прочностных характеристик плазменнонапыленных покрытий / И. Н. Кравченко // Ремонт, восстановление, модернизация. — 2006. — № 3. — С. 16–18.

16. Лунёв, В. М. Адгезионные характеристики покрытий и методы их измерения / В. М. Лунев, О. В. Немашкало // Журнал физики и инженерии поверхности. — 2010. — Т. 8. — № 1. — С. 64–71.

References

1. 1.Chernoivanov, V.I., et al. Nanomaterialy v tekhnicheskom servise sel'skokhozyaystvennykh mashin. [Nanomaterials in the technical service of agricultural machinery.] Moscow: GOSNITI, 2010, 67 p. (in Russian).

2. Lyalyakin, V.P., et al. Povyshenie posleremontnoy bezotkaznosti DVS i transmissiy traktorov primeneniem nanomaterialov. [Improvement of post overhaul ICE reliability and tractor transmissions by using nanomaterials.] Trudy GOSNITI, 2013, vol. 113, pp. 90–98 (in Russian).

3. Solovyev, R.Y. Netraditsionnaya tribotekhnika v APK. [Nonconventional triboengineering in agroindustrial complex.] Vestnik Rossiyskoy akademii sel'skokhozyaystvennykh nauk, 2013, no. 1, pp. 76–78 (in Russian).

4. Solovyev, R.Y. ed. Bezyznosnaya ekspluatatsiya dvigatelya vnutrennego sgoraniya. [Wearless operation of the internal combustion engine.] Moscow: GOSNITI, 2015, 262 p. (in Russian).

5. Myakonkov, M.B. Sovershenstvovanie tekhnologii naneseniya iznosostoykikh pokrytiy na porshnevye kol'tsa sudovykh dizeley s uchetom ikh vibratsionnogo i napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya: dis ... kand. tekhn. nauk. [Im-

proving wearfacing technique for piston rings of marine diesel engines based on their vibration and stress-strain state: Cand.Sci. (Eng.) diss.] St. Petersburg, 2012, 135 p. (in Russian).

6. Kravchenko, I.N., Bobryashov, E.M., Puzryakov, A.F. Obespechenie nadezhnosti adgezionnoy svyazi plazmennykh pokrytiy na porshnevykh kol'tsakh DVS s uchetom ikh teplovogo i termonapryazhennogo sostoyaniya. [Ensuring the reliability of the adhesive bond of plasma coatings on the piston rings engines based on their thermal and thermal stress state.] Mezhdunarodnyy zhurnal eksperimental'nogo obrazovaniya, 2013, no. 10, part 2, pp. 358–361 (in Russian).

7. Baldayev, S.L., et al. Sravnenie korrozionnoy stoykosti pokrytiya gal'vanicheskogo khroma i pokrytiya na osnove karbida vol'frama, nanesennykh vysokoskorostnym gazoplamennym napyleniem (HVOF). [Comparison of corrosion resistance of galvanic chromium coating and coating on basis of tungsten carbide, applied by method of high-speed flame spraying (NVOF).] Encyclopaedia of Chemical Engineer, 2009, no. 11, pp. 13–18 (in Russian).

8. Pilipenko, N.N. Maloaktiviruemye splavy na osnove khroma. [Low activation chromium alloys.] Problems of Atomic Science and Technology, 2007, no. 4, pp. 198–203 (in Russian).

9. Puzryakov, A.F., et al. Novye podkhody k povysheniyu resursa detaley mashinostroeniya metodami gazotermicheskogo napyleniya nanostrukturirovannykh materialov. [New approaches to improve of service life of mechanical engineering parts by gas-thermal spraying methods of nanostructured materials.] Repair, Reconditioning, Modernization, 2014, no. 6, pp. 32–35 (in Russian).

10. Kravchenko, I.N., et al. Resursosberegayushchie tekhnologii polucheniya funktsional'nykh nanostrukturirovannykh pokrytiy vysokoskorostnymi metodami naneseniya. [Resource-saving technologies of derivatization of functional nanostructured coatings by high-speed application methods.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 3 (82), pp. 19–28 (in Russian).

11. Baldayev, S.L., et al. Gazotermicheskoe napylenie. [Gasometric sputtering.] 2nd ed. Moscow: Staraya Basmannaya, 2015, 539 p. (in Russian).

12. Moshchenok, V.I., Nesterenko, E.A., Sagalovich, A.V. Opredelenie tribotekhnicheskikh kharakteristik kompozitnykh ionno-plazmennykh pokrytiy dlya porshnevykh kolets dizel'nykh dvigateley. [Determination of tribological characteristics of the composite ion-plasma coatings for diesel piston rings.] Vestnik KhGADTU, 2009, no. 46, pp. 111–115 (in Russian).

13. Okolovich, G.A., et al. Tekhnologiya naneseniya iznosostoykogo pokrytiya stal'nykh porshnevykh kolets. [Technology for deposition of wear-resistant coating of piston rings.] Obrabotka Metallov, 2012, no. 4 (57), pp. 50–52. (in Russian).

14. Kravchenko, I.N., Zubrilina, E.M., Markovchin, S.G., Shiyan, A.V. Issledovaniya prochnostnykh svoystv i ekspluatatsionnykh kharakteristik khromovykh pokrytiy, poluchennykh razlichnymi metodami napyleniya. [Study of strength properties and operating characteristics of chromium coatings made by various spraying methods.] Repair, Reconditioning, Modernization, 2012, no. 6, pp. 27–30 (in Russian).

15. Kravchenko, I.N. Eksperimental'no-raschetnaya metodika opredeleniya prochnostnykh kharakteristik plazmennonapylennykh pokrytiy. [Experimental and computational procedure of determining the strength characteristics of plasma sprayed coatings.] Repair, Reconditioning, Modernization, 2006, no. 3, pp. 16–18 (in Russian).

16. Lunev, V.M., Nemashkalo, O.V. Adgezionnye kharakteristiki pokrytiy i metody ikh izmereniya. [Adhesion characteristics of coatings and methods of their performance measurement.] Journal of Surface Physics and Engineering, 2010, vol. 8, no. 1, pp. 64–71 (in Russian).

Поступила в редакцию 09.03.2016
Сдана в редакцию 09.03.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.893 DOI 10.12737/20214

Исследование режимных факторов в автобалансирующем устройстве стиральной машины в резонансной зоне*

С. Н. Алехин[1], С. П. Петросов[2], А. С. Алехин[3]**
[1, 2, 3] Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) Донского государственного технического университета, г. Шахты, Российская Федерация

Investigation of operation factors in the self-balancing device of the washing machine in resonance zone ***

S. N. Alekhin[1], S. P. Petrosov[2], A. S. Alekhin[3]**
[1, 2, 3] Institute of Service and Business (DSTU branch), Shakhty, Russian Federation

Целью работы является решение вопросов, связанных с повышением надежности, экономичности и безопасности современных стиральных машин на основе снижения динамических нагрузок в период центробежного отжима. Рассмотрены основы формирования режимных факторов в период прохождения резонансной зоны при центробежном отжиме в жидкостном автобалансирующем устройстве (АБУ) с вытесняемой жидкостью, на конструкцию которого был получен ряд патентов. Проведен сравнительный анализ реализации функции автобалансирующего устройства для условий формирования адекватного силового отклика на входное силовое воздействие для двух установленных ранее наиболее рациональных условий: для силы, возникающей при резонансе, и при достижении максимальной неуравновешенной силы. Получены зависимости величины перемещения внутренней емкости АБУ от конструктивных параметров автобалансирующего устройства и системы подвески моечного узла, а также режимных параметров процесса отжима. Результаты исследования представлены в виде графиков. Анализ итогов работы позволил сделать выводы о перспективности использования полученных данных для обеспечения наибольшей эффективности процесса уравновешивания массы неравномерно распределенных текстильных изделий в барабане при отжиме.

Ключевые слова: колебания стиральных машин, автобалансирующее устройство, резонанс, уравновешивание, виброактивность, центробежный отжим, вибрация.

The paper objective is to solve the issues related to the increase of reliability, profitability, and safety of modern washing machines on the basis of decrease in dynamic loads under whizzing. The principles of forming operation factors in the liquid self-balancing device (SBD) with the displaced fluid (on which design a number of patents are received) when passing a resonance zone under whizzing are considered. A comparative analysis of the SBD function implementation for the conditions of forming an adequate force response to the force input for two earlier established most rational conditions: for the force generated by resonance, and if reached the maximum unbalanced force, is carried out. The dependences of the SBD internal capacity traverse on the design factors of the SBD and the cleaning unit suspension system, and also on the operation parameters of the extraction process, are obtained. The research results are submitted in diagrams. The results analysis allows drawing the conclusions on the obtained data application perspectiveness to ensure maximum efficiency of the process of balancing irregular masses of textiles in the drum during the whizzing cycle.

Keywords: vibrations of washing machines, self-balancing device, resonance, balancing, vibroactivity, whizzing, vibration.

Введение. В настоящее время снижение виброактивности при центробежном отжиме является одним из приоритетных вопросов, стоящих перед разработчиками стиральных машин барабанного типа. Актуальность данной проблемы обусловлена необходимостью обеспечения более высоких показателей надежности, безопасности и экономичности стиральных машин, а также снижения вредного воздействия вибрации и шума на человека.

Эффективным направлением снижения виброактивности стиральных машин является использование жидкостных автобалансирующих устройств (АБУ) — в частности, АБУ с вытесняемой жидкостью [1–4].

Вопросам исследования жидкостных АБУ, применяемых в стиральных машинах, посвящен ряд научных публикаций. При этом исследователи отмечают недостаточность имеющейся в настоящее время информации о дисбалансных характеристиках отклика системы и стабильности работы устройства [5, 6].

Исследования, проведенные авторами данной статьи, показали, что полное уравновешивание неуравновешенных масс отжимаемых изделий в стиральных машинах, использующих АБУ с вытесняемой жидкостью, возможно лишь при некотором одном значении частоты вращения барабана при соответствующих конструктивных параметрах

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: alex_cn@mail.ru, petrosov217@sssu.ru, alekalh@yandex.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

АБУ [7,8]. Частоты вращения барабана, наиболее рациональные для реализации функции АБУ, были установлены в случаях, когда:

— возмущающая сила достигает максимального значения;

— в процессе разгона барабана происходит переход через резонансную зону.

Результаты исследования уравновешивающих сил в АБУ при максимальной неуравновешенной силе были представлены в статье [8].

Однако можно предположить, что в некоторых случаях более актуальным является вопрос обеспечения максимального уравновешивания в период прохождения колебательной системы стиральной машины через резонансную зону при разгоне барабана в процессе отжима.

Основная часть. Из теории колебаний известно, что амплитуда колебаний A упруго установленного или подвешенного тела массой M в случае вынужденных гармонических колебаний с частотой ω достигает максимального значения A_{max} при резонансной частоте колебаний ω_p, несколько меньшей частоты собственных незатухающих колебаний ω_0:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\Omega^2 - \beta^2}\ , \quad (1)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{c_в}{M}}$ — частота свободных незатухающих (собственных) колебаний системы (то есть при β = 0); $c_в$ — жесткость упругих элементов системы подвески (виброизоляции); M — масса подвесной части (виброизолированного моечного узла); $\beta = \dfrac{b}{2M}$ — коэффициент затухания; b — коэффициент силы трения или коэффициент диссипации демпферов системы подвески; $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — частота свободных затухающих колебаний системы.

Для удобства расчетов в формуле (1) заменим частоты на заведомо известные (задаваемые) параметры: жесткость упругих элементов системы подвески (системы виброизоляции) $c_в$, коэффициент диссипации демпферов системы подвески b. Тогда с учетом приведенных выше соотношений получим:

$$\omega_p = \frac{1}{M}\sqrt{Mc_в - \frac{b^2}{2}}\ . \quad (2)$$

Здесь масса M подвесной части стиральной машины складывается из следующих составляющих:

$$M = M_0 + m_б + m_ж, \quad (3)$$

где $M_0 = (M_{м.у} + m_{п.в})$ — масса незагруженного моечного узла, состоящая из массы собственно моечного узла $M_{м.у}$ и массы противовесов $m_{п.в}$ (как правило, масса противовесов находится в пределах $m_{п.в}$ = 20…30 кг, а общая масса незагруженного моечного узла составляет M_0 = 50…75 кг [9]); $m_б$ — масса отжимаемых изделий в данный произвольный момент времени; $m_ж$ — масса уравновешивающей жидкости.

Предполагается, что масса $m_{п.в}$ противовесов при использовании АБУ может быть снижена, а в некоторых случаях возможно использование подвесной части без противовесов. В этом случае масса незагруженного моечного узла M_0 = 30…45 кг.

Вместе с тем использование жидкостного АБУ предусматривает наличие уравновешивающей жидкости, что приводит к увеличению массы M_0 подвесной части на величину $m_ж$. Проведенные ранее исследования показали, что масса $m_ж$ уравновешивающей жидкости находится в пределах $m_ж$ = 4,5…12 кг [10].

Масса $m_б$ отжимаемых изделий и эксцентриситет $r_{e.б}$ в произвольный момент времени определяется по методикам, приведенным в диссертациях И. В. Фетисова [11] и А. С. Алехина [12].

Как показали исследования, суммарная жесткость $c_в$ упругих элементов системы подвески (виброизоляции) для бытовых стиральных машин находится в пределах $c_в$ = 4000…16000 Н/м. Суммарное значение диссипации b демпферов системы подвески для бытовых стиральных машин, как правило, находится в диапазоне b = 200…300 Н/(м·с) [13].

В табл. 1 приведены расчетные значения режимных параметров, характеризующих резонансную зону, для конструктивных параметров колебательной системы стиральных машин: M_0 = 40 кг, $m_ж$ = 10 кг, $c_в$ = 10000 Н/м, b = 250 Н/(м·с).

Таблица 1

Резонансная частота ω_p колебательной системы стиральной машины

Загрузка машины m_0, кг	Текущее время отжима $\tau_{от.р}$ при резонансной частоте, с	Масса изделий при резонансе $m_{б.р}$, кг	Эксцен-триситет $r_{е.б.р}$, м	Резонансная частота ω_p, рад/с	Неуравновешенная (центробежная) сила $F_{ц.р}$, Н
5,0	0,82	25,68	0,0148	11,26	168,52
5,5	0,81	28,25	0,0130	11,08	163,15
6	0,80	30,82	0,0117	10,91	160,23

Следует обратить внимание, что возникающая при резонансе центробежная сила $F_{ц.р}$ имеет незначительные величины, которые на порядок меньше максимальной неуравновешенной силы $F_{ц\max}$, рассмотренной в работе [8]. Следовательно, воздействие силы $F_{ц.р}$ будет вызывать и незначительные перемещения Δl внутренней емкости АБУ. Можно предположить, что в этом случае требуется незначительный диаметр $D_н$ наружной емкости и, соответственно, незначительная масса уравновешивающей жидкости $m_ж$, которая, очевидно, не позволит компенсировать неуравновешенную силу при достижении ее максимального значения $F_{ц\max}$ в процессе отжима.

С учетом резонансной частоты ω_p и массы внутренней емкости АБУ $m_в$ ее перемещение будет равно:

$$\Delta l = \frac{m_б r_{е.б} \omega^2}{c - (m_б + m_в)\omega_p^2} \quad (4)$$

или с учетом (3):

$$\Delta l = \frac{m_б r_{е.б} \omega^2 M^2}{cM^2 - (m_б + m_в)\left(c_в M - \frac{1}{2} b^2\right)}. \quad (5)$$

Исходя из принятых ранее условий [7, 8], минимальные значения суммарной жесткости упругих элементов АБУ с учетом массы $(m_б + m_в)$, где $m_в = 1{,}5$ кг, будут равны:

— при $m_0 = 5$ кг $c > (25{,}68 + 1{,}5)\ 11{,}26^2 = 3446{,}1$ Н/м;

— при $m_0 = 5{,}5$ кг $c > (28{,}25 + 1{,}5)\ 11{,}08^2 = 3652{,}3$ Н/м;

— при $m_0 = 6$ кг $c > (30{,}82 + 1{,}5)\ 10{,}91^2 = 3847{,}0$ Н/м.

Следует отметить, что суммарная жесткость упругих элементов АБУ, необходимая для уравновешивания максимальной неуравновешенной силы $F_{ц\max}$, находится, как было установлено в работе [8], в диапазоне с = 300000…1000000 Н/м. Это существенно (на два порядка!) выше значений жесткости, необходимой для уравновешивания центробежной силы $F_{ц.р}$, возникающей в резонансной зоне периода отжима.

На рис. 1 показана зависимость перемещения Δl при загрузке $m_0 = 5$ кг в период разгона барабана для различных значений суммарной жесткости упругих элементов АБУ в диапазоне $c = 5000…10000$ Н/м для условия уравновешивания центробежной силы $F_{ц.р}$ при резонансе.

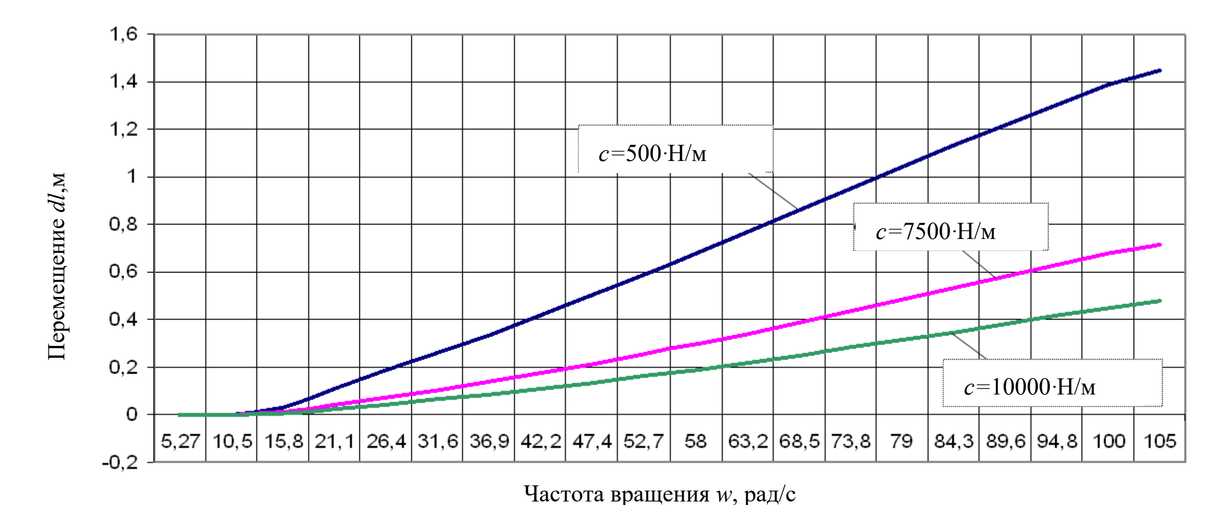


Рис. 1. Зависимость перемещения Δl при загрузке $m_0 = 5$ кг в период разгона стирального барабана для условия уравновешивания центробежной силы $F_{ц.р}$ при резонансе

На рис. 2 показана зависимость перемещения Δl при загрузке m_0 = 5 кг в период разгона стирального барабана для значения суммарной жесткости упругих элементов АБУ c = 400000 Н/м для условия уравновешивания максимальной возмущающей силы $F_{ц\max}$.

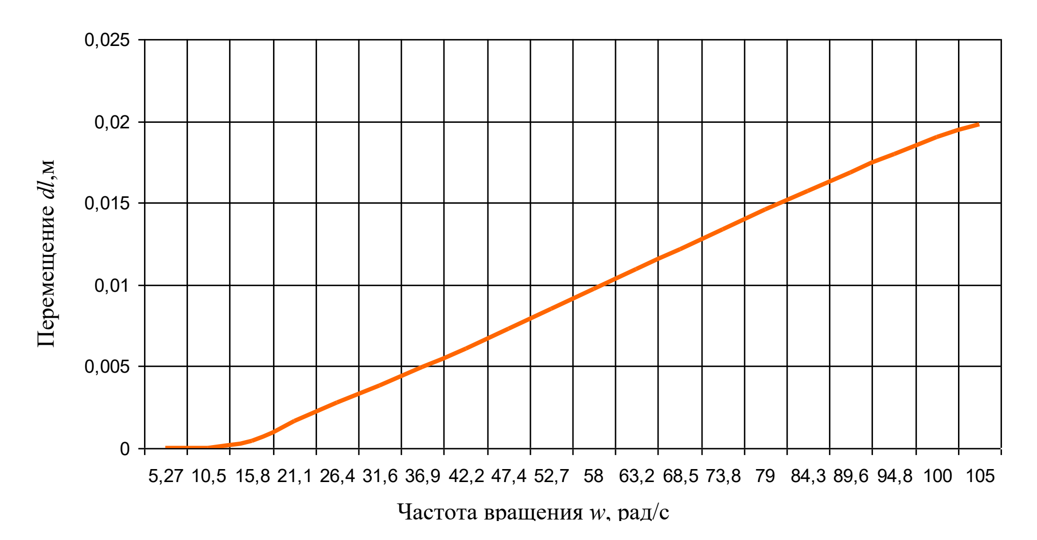


Рис. 2. Зависимость перемещения Δl при загрузке m_0 = 5 кг в период разгона стирального барабана для условия уравновешивания максимальной возмущающей силы $F_{ц\max}$

Приведем значения перемещения Δl в момент прохождения резонанса $\tau_{от.рез}$ и в момент достижения максимальной неуравновешенной силы $\tau_{от.\max}$:

а) для жесткости, выбранной по максимальной неуравновешенной силе $F_{ц.\max}$:

— при $\tau_{от.\max}$ Δl = 0,01976 м;

— при $\tau_{от.рез}$ Δl = 0,00165 м;

б) для жесткости, выбранной по резонансному режиму при действии силы $F_{ц.р}$:

— при $\tau_{от.\max}$ Δl = 0,47604 м; 0,71642 м; 1,44718 м (для жесткостей соответственно c = 5000, 7500, 10000 Н/м);

— при $\tau_{от.рез}$ Δl = 0,025500 м; 0,041383 м; 0,107977 м (для жесткостей соответственно c = 5000, 7500, 10000 Н/м).

Заключение. Анализ полученных данных показывает рациональность выбора жесткости по максимальной неуравновешенной силе $F_{ц.\max}$. Таким образом обеспечиваются допустимые значения перемещения Δl внутренней емкости и, следовательно, формируется соответствующая уравновешивающая сила $F_{ур}$, реагирующая с высокой степенью адекватности на входное силовое воздействие $\Delta F_ц$ практически во всем диапазоне изменения частот ω при отжиме [8].

Вместе с тем жесткость, выбранная для условия уравновешивания центробежной силы $F_{ц.р}$ при резонансе, обеспечивает допустимые значения перемещения Δl внутренней емкости только в резонансной зоне вблизи частоты ω = 11,26 рад/с, соответствующей моменту времени отжима $\tau_{от.рез}$. При этом в момент $\tau_{от.\max}$ достижения максимальной неуравновешенной силы $F_{ц.\max}$ значения перемещения Δl принимают недопустимые величины, что не позволяет обеспечить формирование соответствующей уравновешивающей силы $F_{ур}$, адекватно реагирующей на входное силовое воздействие $\Delta F_ц$.

Таким образом, наиболее предпочтительным является выбор жесткости упругих элементов АБУ по максимальной неуравновешенной силе $F_{ц.\max}$. Однако в отдельных случаях, когда ставится задача снижения амплитуд колебаний именно при резонансе, более рациональным может представляться использование условий, выбранных для резонансного режима. Полученные в данной работе результаты позволяют произвести рациональный выбор параметров АБУ для данных условий работы стиральной машины.

Библиографический список

1. Стиральная машина барабанного типа : патент 2516147 Рос. Федерация : C1D06F 37/00 / С. Н. Алехин [и др.] ; ФГБОУ ВПО «ЮРГУЭС» ; заявл. 28.09.12 ; опубл. 20.05.14, Бюл. № 14. — 6 с.

2. Стиральная машина барабанного типа : патент 2469138 Рос. Федерация : C1D06F 39/00 / С. Н. Алехин [и др.] ; ФГБОУ ВПО «ЮРГУЭС» ; опубл. 10.12.12, Бюл. № 34. — 5 с.

3. Желтушкин, Л. С. Автобалансировочное устройство жидкостного типа для стиральных машин с центробежным отжимом / Л. С. Желтушкин, С. Н. Алехин // Вестник Сев.-Кавк. гуманитарн. ин-та. — 2013. — № 1 (5). — С. 166–170.

4. Self-Balancing Equipment of Drum-Type Washing Machines / S. N. Alekhin [et al.] // Young scientist USA. — 2014. — Vol. 1, book 5. — P. 9–11.

5. Majewski, T. Fluid automatic balancer for a washing machine / T. Majewski // Memorias del XVI congreso internacional anual de la SOMIM. — Monterrey ; Nuevo León ; México, 2010. — P. 3–12.

6. Urbiola-Soto, L. Liquid self-balancing device effects on flexible rotor stability / L. Urbiola-Soto, M. Lopez-Parra // Shock and Vibration. — 2013. — Vol. 20, iss. 1. — P. 109–121.

7. Алехин, С. Н. Исследование процесса перемещения внутренней емкости автобалансирующего устройства с вытесняемой жидкостью стиральных машин / С. Н. Алехин, Л. С. Желтушкин, А. С. Алехин // Технико-технологические проблемы сервиса. — 2014. — № 3 (29). — С. 32–37.

8. Исследование уравновешивающих сил в жидкостном автобалансирующем устройстве при максимальной неуравновешенной силе / С. Н. Алехин [и др.] // В мире научных открытий. — 2015. — № 8 (68). — С. 9–24.

9. Набережных, А. И. Бытовые стиральные машины : учеб. пособие / А. И. Набережных, Л. В. Сумзина. — Москва : Изд-во МГУС, 2000. — 176 с.

10. Формирование уравновешивающих масс при силовом смещении внутренней емкости автобалансирующего устройства стиральной машины / С. Н. Алехин [и др.] // В мире научных открытий. — 2014. — № 6.1 (54). — С. 640–656.

11. Фетисов, И. В. Исследование случайных воздействий на вибрационные характеристики стиральных машин барабанного типа при отжиме : дис. … канд. техн. наук / И. В. Фетисов. — Шахты, 2011. — 199 с.

12. Алехин, А. С. Исследование и выбор рациональных параметров системы виброизоляции стиральных машин с учетом динамической неуравновешенности барабана : дис. ... канд. техн. наук / А. С. Алехин. — Шахты, 2012. — 184 с.

13. Махов, Д. П. Разработка и исследование способа снижения виброактивности стиральных машин барабанного типа при отжиме : дис. … канд. техн. наук / Д. П. Махов. — Шахты, 2009. — 200 с.

References

1. Alekhin, S.N., et al. Stiral'naya mashina barabannogo tipa: patent 2516147 Ros. Federatsiya: C1D06F 37/00. [Drum-type washing machine.] Patent RF, no. 2516147, 2014 (in Russian).

2. Alekhin, S.N., et al. Stiral'naya mashina barabannogo tipa: patent 2469138 Ros. Federatsiya: C1D06F 39/00. [Drum-type washing machine.] Patent RF, no. 2469138, 2012 (in Russian).

3. Zheltushkin, L.S., Alekhin, S.N. Avtobalansirovochnoe ustroystvo zhidkostnogo tipa dlya stiral'nykh mashin s tsentrobezhnym otzhimom. [Auto-balancing fluid-type device for washing machines with centrifugal spinning.] Vestnik Severo-Kavkazskogo gumanitarnogo instituta, 2013, no. 1 (5), pp. 166–170 (in Russian).

4. Alekhin, S.N, et al. Self-Balancing Equipment of Drum-Type Washing Machines. Young scientist USA, 2014, vol. 1, book 5, pp. 9–11.

5. Majewski, T. Fluid automatic balancer for a washing machine. Memorias del XVI congreso internacional anual de la SOMIM. Monterrey; Nuevo León; México, 2010, pp. 3–12.

6. Urbiola-Soto, L., Lopez-Parra , M. Liquid self-balancing device effects on flexible rotor stability. Shock and Vibration, 2013, vol. 20, iss. 1, pp. 109–121.

7. Alekhin, S.N., Zheltushkin, L.S., Alekhin, A.S. Issledovanie protsessa peremeshcheniya vnutrenney emkosti avtobalansiruyushchego ustroystva s vytesnyaemoy zhidkost'yu stiral'nykh mashin. [Research of process of relocation of internal capacity of the autobalacing device with the forced-out liquid of washing machines.] Technico-tehnologicheskie problemy servisa, 2014, no. 3 (29), pp. 32–37 (in Russian).

8. Alekhin, S.N., et al. Issledovanie protsessa peremeshcheniya vnutrenney emkosti avtobalansiruyushchego ustroystva s vytesnyaemoy zhidkost'yu stiral'nykh mashin. [Research of balances in liquid self-balancing device at maximum unbalanced force.] In the World of Scientific Discoveries, 2015, no. 8 (68), pp. 9–24 (in Russian).

9. Naberezhnykh, A.I., Sumzina, L.V. Bytovye stiral'nye mashiny. [Household washing machines.] Moscow: Izd-vo MGUS, 2000, 176 p. (in Russian).

10. Alekhin, S.N, et al. Formirovanie uravnoveshivayushchikh mass pri silovom smeshchenii vnutrenney emkosti avtobalansiruyushchego ustroystva stiral'noy mashiny. [Forming balance masses under power displacement of internal capacity of self-balancing device of washing machine.] In the World of Scientific Discoveries, 2014, no. 6.1 (54), pp. 640–656 (in Russian).

11. Fetisov, I.V. Issledovanie sluchaynykh vozdeystviy na vibratsionnye kharakteristiki stiral'nykh mashin barabannogo tipa pri otzhime: dis. … kand. tekhn. nauk. [Research of random actions on vibration characteristics of the drum washing machine during the spin cycle: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Shakhty, 2011, 199 p. (in Russian).

12. Alekhin, A.S. Issledovanie i vybor ratsional'nykh parametrov sistemy vibroizolyatsii stiral'nykh mashin s uchetom dinamicheskoy neuravnoveshennosti barabana : dis. ... kand. tekhn. nauk. [Research and selection of rational parameters of vibration isolation system of washing machines with dynamic drum unbalance: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Shakhty, 2012, 184 p. (in Russian).

13. Makhov, D.P. Razrabotka i issledovanie sposoba snizheniya vibroaktivnosti stiral'nykh mashin barabannogo tipa pri otzhime: dis. … kand. tekhn. nauk. [Development and research of method of reducing vibroactivity of drum-type washing machine during the spin cycle: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Shakhty, 2009, 200 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 04.05.2016
Сдана в редакцию 04.05.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.787.6 DOI 10.12737/21504

Моделирование характеристик качества поверхностного слоя, упрочненного свободнодвижущимися инденторами в условиях вращающегося электромагнитного поля*

В. А. Лебедев[1] А. А. Кочубей[2], И. В. Чумак[3]**

[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

[3] Технологический институт (филиал) ДГТУ в г. Азове, г. Азов, Российская Федерация

Modeling of quality characteristics of the surface layer hardened by free-moving indenters under rotating electromagnetic field ***

V. A. Lebedev[1], A. A. Kochubey[2], I. V. Chumak[3]**

[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

[3] Institute of Technology (DSTU branch), Azov, Russian Federation

Показано, что магнитодинамическая обработка, реализуемая в условиях вращающегося электромагнитного поля, является разновидностью динамических методов упрочнения конвективными потоками свободнодвижущихся инденторов. Для оценки параметров качества поверхностного слоя, формируемого в процессе магнитодинамической обработки, предложено использовать аналитические зависимости, полученные путём аппроксимации экспериментальных данных влияния динамических методов поверхностно-пластического деформиро-вания (ППД) на качество упрочненного слоя деталей. Получено выражение, подтверждающее экспериментально установленный факт, что основной вклад в формирование параметров качества упрочнённого слоя вносит первоначальное сплошное покрытие обрабатываемой поверхности пластическими отпечатками. Предложена аналитическая модель функционала, устанавливающего характер изменения параметров качества поверхностного слоя в зависимости от кратности покрытия поверхности следами ударно-импульсного воздействия свободнодвижущихся инденторов. Сравнительный анализ экспериментальных данных, полученных в процессе магнитодинамической обработки, с расчетными показал приемлемость предложенных моделей для прогнозирования параметров качества упрочнённого поверхностного слоя.

Ключевые слова: магнитодинамическая обработка, упрочнение, параметры качества поверхности, свободнодвижущиеся инденторы, поверхностное пластическое деформирование.

It is shown that the magnetodynamic treatment implemented under the conditions of a rotating electromagnetic field is a kind of the dynamic methods of hardening free-moving indenters by the convection flows. It is proposed to use analytic dependences obtained by the approximation of the test data of effect of the surface plastic deformation (SPD) dynamic methods on the component hardened layer quality to evaluate quality parameters of the surface layer formed under the magnetodynamic processing. The resulting expression describing the experimentally established fact that the main contribution to the formation of the quality parameters of the hardened layer is made by the initial continuous coating of the treated surface with plastic prints is obtained. An analytical functional model establishing the surface layer quality parameters behavior depending on the multiplicity of covering the surface by the shock-pulse impact of the free-moving indenters is proposed. A comparative analysis of the experimental data obtained in the process of the magneto-dynamic processing with the calculated ones shows the applicability of the proposed models for predicting quality parameters of the hardened surface layer.

Keywords: magnetodynamic treatment, hardening, parameters of surface quality, free-moving indenters, surface plastic deformation.

Введение. В настоящее время для упрочнения металлических материалов используются различные методы поверхностно-пластического деформирования (ППД) [1].

Особое место среди методов ППД занимают методы упрочнения конвективными потоками свободнодвижущихся инденторов. К ним относятся виброударная, пневмодинамическая и центробежно-ротационная обработки. Способ магнитодинамической обработки свободнодвижущимися цилиндрическими инденторами во вращающемся электромагнитном поле, являющийся предметом данного исследования, по своей динамической и технологической сущности ничем не отличается от вышеназванных методов и является лишь их разновидностью по

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

** E-mail: watchbox@mail.ru

*** The research is done within the frame of the independent R&D.

используемому источнику энергии. [2–4]. Наличие общих закономерностей ударно-импульсного взаимодействия инденторов с обрабатываемой поверхностью, присущих этой группе методов, позволяет в основу аналитической оценки характеристик качества поверхностного слоя, формируемого при магнитодинамической обработке, положить аналитические зависимости, полученные на основе теоретических и экспериментальных исследований методов, получивших применение в практике металлообработки.

Разработка аналитических моделей оценки параметров качества поверхностного слоя. В настоящее время теоретически и экспериментально установлено, что динамические методы ППД свободнодвижущимися инденторами позволяют эффективно влиять на повышение усталостной прочности деталей, работающих в условиях циклических нагрузок. Основными причинами увеличения усталостной прочности деталей после ППД являются создание на поверхности сглаженного микрорельефа, повышение физико-механических свойств поверхностного слоя, таких как микротвёрдость, степень наклёпа и величина сжимающих остаточных напряжений.

Процесс упрочняющей обработки конвективными потоками свободнодвижущихся инденторов и достигаемый при этом технологический эффект широко освещен в научно-технической литературе [1,5–8]. Анализ результатов этих исследований показал, что под энергетическим воздействием обрабатывающей среды на поверхности образуется множество следов обработки, которые с течением времени на ней формируют новый микрорельеф. В формировании параметров качества поверхностного слоя важным является значение энергии соударения инденторов с обрабатываемой поверхностью.

Проведённые в [9,10] исследования динамики процессов и технологии упрочнения деталей свободнодвижущимися инденторами позволяют в качестве моделей для оценки параметров качества поверхностного слоя, упрочнённого в процессе ППД, предложить следующие аналитические зависимости.

Зависимость для оценки изменения высоты микронеровностей микропрофиля упрочнённой поверхности имеет вид

$$R_a = \left[R_{a.исх} \pm \sqrt{\frac{2Э}{\pi DHV}} \right] R_a(n); \qquad (1)$$

Для прогнозирования физико-механических параметров поверхностного слоя модели можно описать следующими зависимостями:

— изменение твердости упрочнённой поверхности

$$HV_н = \left[\sqrt[4]{\frac{32Э}{\pi D^3 HV} \cdot 100\%} \right] HV_н(n); \qquad (2)$$

— изменение глубины упрочнённого слоя

$$h_н = \left[1,5 \cdot \sqrt[4]{\frac{32ЭD}{\pi HV}\left(1,54 - 10^{-3}\right)} \right] h_н(n); \qquad (3)$$

— изменение величины остаточных напряжений в упрочнённом слое

$$\sigma_0 = \left[0,481 \left(\frac{Э}{\left(r_{пр}\right)^3} \right)^{0,2} \right] k_\mu^{0,8} \sigma_0(n) \qquad (4)$$

где $k_\mu = \frac{\left(1-\mu_Д^2\right)}{E_Д^2} + \frac{\left(1-\mu_И^2\right)}{E_И^2}$; D — диаметр индентора; HV— твёрдость материала по Викерсу; $R_z(n)$, $HV_н(n)$, $h_н(n)$, $\sigma_0(n)$ — функционалы потактового изменения соответствующих параметров за счёт многократности повторно совмещённых пластических отпечатков; $r_{пр}$ — приведённый радиус контактирующих поверхностей; μ, E — коэффициент Пуассона и модуль Юнга соответственно; $R_{zисх}$ — исходная шероховатость поверхности.

Эти зависимости устанавливают связь параметров качества упрочнённого поверхностного слоя с энергией, подводимой к поверхности в момент ударно-импульсного воздействия на неё свободнодвижущихся инденторов с характеристиками качества исходной поверхности и условиями обработки.

В работе [1] установлено, что основной вклад в формирование параметров качества упрочнённого слоя вносит первоначальное сплошное покрытие обрабатываемой поверхности пластическими отпечатками со средним диаметром d_0, при допущении, что они не перекрывают друг друга. Предположим, что в уравнениях (1–4) параметры упрочнённого слоя после первоначального однократного покрытия следами ударов описываются первым сомножителем. При последующих ударно-импульсных воздействиях инденторов параметры качества упрочнённого слоя изменяются. Эти изменения корректируются вторым сомножителем, представляющим собой функционал изменения параметра качества в зависимости от количества совмещённых ударов в одной и той же локальной области

обрабатываемой поверхности. Получить аналитическую зависимость, объективно отражающую тенденцию изменения параметра качества от количества покрытий поверхности следами ударов задача достаточно сложная. Сложность её решения обусловлена тем, что при каждом последующем ударно-импульсном воздействии на поверхность инденторы, обладая неизменной энергией, взаимодействуют с модифицированной поверхностью, имеющей более повышенные физико-механические характеристики. В этой связи следует отметить, что при достижении на поверхности предельных физико-механических значений ударно-импульсные воздействия может произойти её разрушение. Поэтому для установления функциональной зависимости изменения в процессе упрочняющей обработки параметров качества поверхностного слоя были рассмотрены результаты экспериментальных исследований, приведённых в научно-технической литературе, посвящённой исследованию формирования технологических параметров поверхности динамическими методами ППД, реализующими процесс обработки конвективными потоками свободнодвижущихся инденторов.

Как показал анализ, большинство полученных в результате экспериментальных исследований зависимостей изменения технологических параметров упрочнённого ППД поверхностного слоя, можно описать функцией

$$Y = f\left(X\left(t\right)\right), \tag{5}$$

где Y — значение технологического параметра поверхностного слоя, упрочнённого за промежуток времени t, при котором обеспечивается кратное покрытие поверхности пластическими отпечатками.

Взаимосвязь продолжительности обработки с кратностью покрытия обрабатываемой поверхности пластическими отпечатками d_0 определяется соотношением

$$t_k = \frac{k}{P \cdot f}, \tag{6}$$

где P — вероятность формирования на поверхности пластического отпечатка; f — частота энергоимпульсов, сообщаемых свободнодвижущимся инденторам [11].

Используя соотношение (6), экспериментальные зависимости изменения технологических параметров упрочнённого ППД поверхностного слоя можно представить в виде

$$Y = fX((k)). \tag{7}$$

С целью установления функционала $X\left(k\right)$, характеризующего изменение технологического параметра в зависимости от кратности покрытия обрабатываемой поверхности пластическими отпечатками при упрочняющей обработке, проводилась аппроксимация наблюдений, полученных по результатам экспериментальных исследований, с использованием метода наименьших квадратов. Анализ зависимостей изменения параметров качества упрочняемой поверхности, до их предельной величины позволил, в качестве аппроксимирующей функции, принять логарифмическую функцию вида

$$X\left(k\right) = a \cdot \ln k + b, \tag{8}$$

где a и b — коэффициенты аппроксимации.

Рассмотрим полученные аппроксимирующие зависимости для технологических параметров качества упрочнённого поверхностного слоя.

Среднеарифметическая высота профиля микронеровностей. На рис. 1 представлены экспериментальные зависимости изменения среднеарифметической высоты профиля микронеровностей, из которых следует, что с увеличением продолжительности обработки высота профиля микронеровностей уменьшается до достижения определённой величины, соответствующей согласно [5], величине установившейся шероховатости.

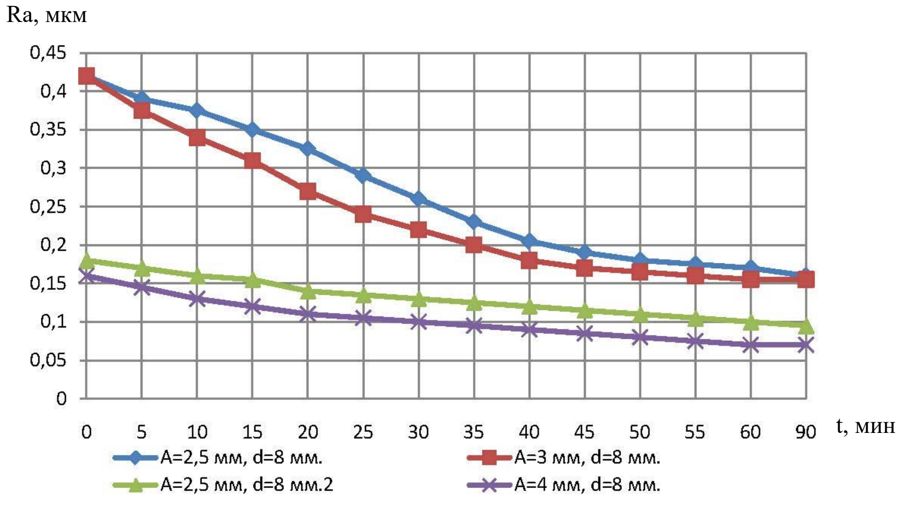


Рис. 1 Влияние времени обработки t, амплитуды вибрации A, диаметра индентора D на изменение шероховатости Ra для сталей Х12М, Р6К5 и Р18 при виброударной обработке [5]

На основе экспериментальных значений, были получены численные значения коэффициентов аппроксимации и функционала, характеризующего зависимость изменения высотного параметра шероховатости от кратности покрытия обрабатываемой поверхности пластическими отпечатками, связанных между собой следующим соотношением:

$$R_{a_k} = a \cdot \ln k + b \text{ или } R_{a_k} = b\left(1 + \frac{a}{b} \cdot \ln k\right).$$

Сравнительный анализ величины аппроксимирующего коэффициента b с величиной расчетного значения шероховатости по формуле (1) показал, что

$$b \approx R_{a.исх} - \sqrt{\frac{2Э}{\pi DHV}}.$$

С целью учёта влияния энергосиловых условий деформирования на изменение высоты микропрофиля и характеристик исходного микропрофиля представим коэффициент перед логарифмической функцией в виде:

$$\frac{a}{b} = K_{R_a} \frac{d_0}{D}, \qquad (12)$$

где d_0 — диаметр пластического отпечатка, определяемый по формуле, предложенной в работе [1]; K_{R_a} — коэффициент корректировки изменения микропрофиля с учетом особенностей метода ППД.

Результаты аппроксимации кривых, полученных по результатам экспериментальных исследований в [5], позволили установить величину коэффициента корректировки K_{R_a} = 0,25–0,3 (корреляция r=0,9) и предложить модель для оценки среднеарифметической высоты профиля микронеровностей упрочнённой поверхности

$$R_{a_k} = \left[R_{a.исх} \pm \sqrt{\frac{2Э}{\pi DHV}}\right]\left(1 - K_{R_a} \frac{d_0}{D} \ln k\right). \qquad (13)$$

Из (13) следует:

$$R_{a_k} = R_{a_1} \cdot R_a(k) \qquad 14)$$

где R_{a_1} — значение среднеарифметической высоты профиля микронеровностей, формируемой на поверхности при первичном однократном покрытии её пластическими отпечатками и рассчитывается по формуле

$$R_{a_1} = \left[R_{a.исх} \pm \sqrt{\frac{2Э}{\pi DHV}}\right].$$

Физико-механические параметры упрочнённого поверхностного слоя

Анализ экспериментальных зависимостей изменения физико-механических характеристик упрочнённого поверхностного слоя, таких как микротвёрдость (рис. 2), глубина упрочнённого слоя, величина остаточных напряжений первого рода в функции от продолжительности обработки показал, что с увеличением времени обработки наблюдается рост этих характеристик до какой-то предельной величины [1,5–8]. Дальнейшая обработка приводит к их снижению в результате его перенаклёпа, приводящего к разрушению поверхностного слоя.

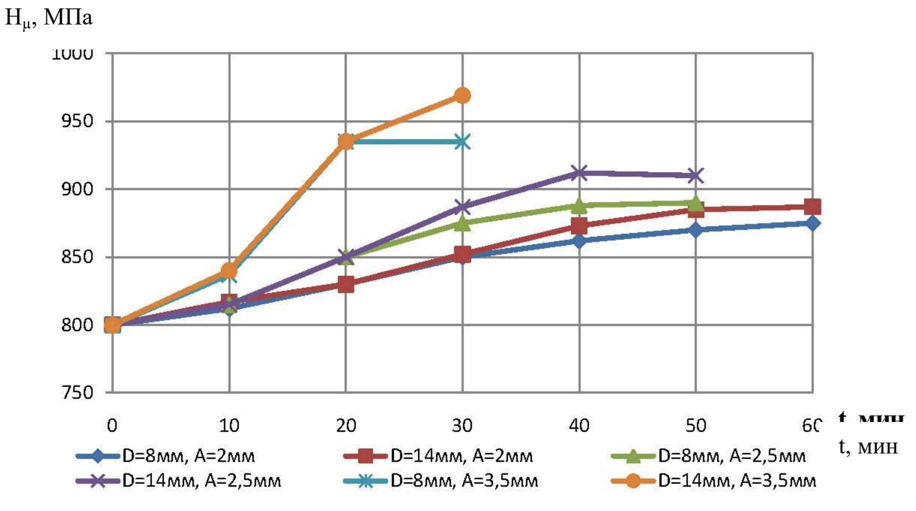


Рис. 2. Изменение микротвердости поверхности в зависимости от продолжительности виброударной обработки (*A* — амплитуда вибрации, *D* — диаметр индентора) [5]

В результате обработки экспериментальных данных по рассмотренной выше методике, были получены численные значения коэффициентов аппроксимации и функционалов, характеризующих изменения исследуемых параметров в зависимости от кратности покрытия поверхности пластическими отпечатками. При этом установлено, что

$$b_1 \approx \sqrt[4]{\frac{32Э}{\pi D^3 HV} \cdot 100\%}, \tag{18}$$

$$b_2 \approx 1,5 \cdot \sqrt[4]{\frac{32ЭD}{\pi HV}\left(1,54 - 10^{-3}\right)}, \tag{19}$$

$$b_3 \approx \left[0,481\left(\frac{Э}{\left(r_{пр}\right)^3}\right)^{0,2}\right] k_\mu^{0,8} \tag{20}$$

Представив коэффициенты перед логарифмической функцией в виде:

$$\frac{a_1}{b_1} = K_{HV_н}\frac{d_0}{D}, \quad \frac{a_2}{b_2} = K_{hн}\frac{d_0}{D}, \quad \frac{a_3}{b_3} = K_{\sigma_0}\frac{d_0}{D}, \tag{21}$$

где K_{HV}, K_h, K_{σ_0} — коэффициенты корректировки изменения микротвёрдости, глубины упрочнённого слоя, величины остаточных напряжений первого рода, с учетом особенностей метода ППД, получены модели для аналитической оценки физико-механических параметров, упрочнённого поверхностного слоя:

$$HV_{н_k} = \left[\sqrt[4]{\frac{32Э}{\pi D^3 HV} \cdot 100\%}\right]\left(1 + K_{HV\,н}\frac{d_0}{D}\ln k\right), \tag{22}$$

$$h_{н\,k} = \left[1,5 \cdot \sqrt[4]{\frac{32ЭD}{\pi HV}\left(1,54 - 10^{-3}\right)}\right]\left(1 + K_{h_k}\frac{d_0}{D}\ln k\right), \tag{23}$$

$$\sigma_{0_k} = \left[0,481\left(\frac{Э}{\left(r_{пр}\right)^3}\right)^{0,2}\right] k_\mu^{0,8}\left(1 + K_{\sigma_0}\frac{d_0}{D}\ln k\right). \tag{24}$$

Аппроксимация большого числа зависимостей, полученных в результате экспериментальных исследований оценки влияния методов ППД свободнодвижущимися инденторами на качество упрочнённого поверхностного слоя, позволила определить величины коэффициентов корректировки $K_{HVн}$, $K_{hн}$, K_{σ_0}, которые, как показали исследования, находятся в пределах 0,15–0,18 (при корреляции r=0,85).

Экспериментальная проверка предложенных моделей. С целью проверки адекватности представленных зависимостей было проведено экспериментальное исследование. Обработке ферромагнитными свободнодвижущимися инденторами в условиях вращающегося электромагнитного поля подвергались образцы, выполненные в форме колец (рис. 3). Образцы были изготовлены из алюминиевого сплава В95ПЧТ2. В качестве обрабатывающей среды использовались цилиндрические инденторы из материала ШХ15 и размерами *d*=3мм, *l*=20мм (рис. 4).



Рис. 3. Образец　　Рис. 4. Инденторы

Результаты экспериментальных исследований и расчётные данные, полученные по зависимостям (13, 22–24) представлены на рис. 5, 6.

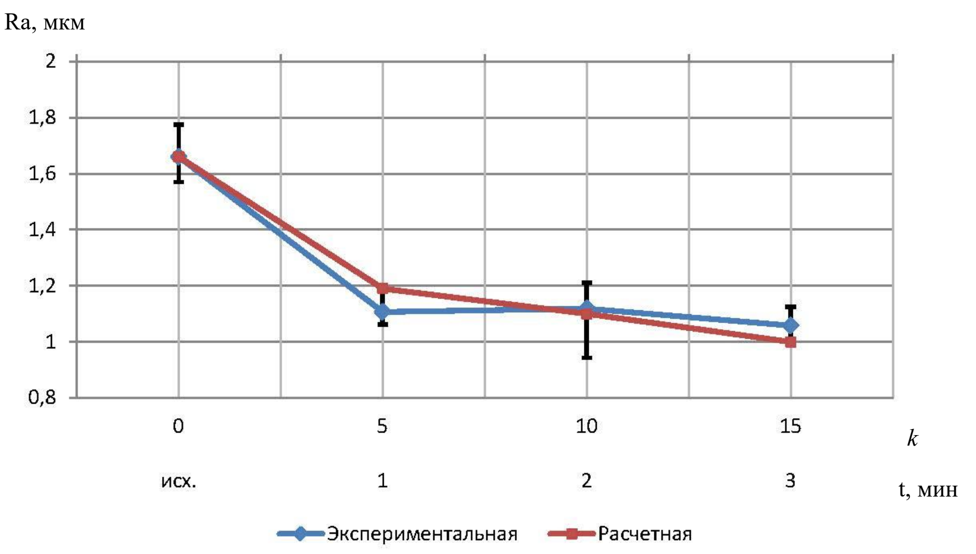


Рис. 5. Изменение шероховатости поверхности в зависимости от продолжительности магнитодинамической обработки

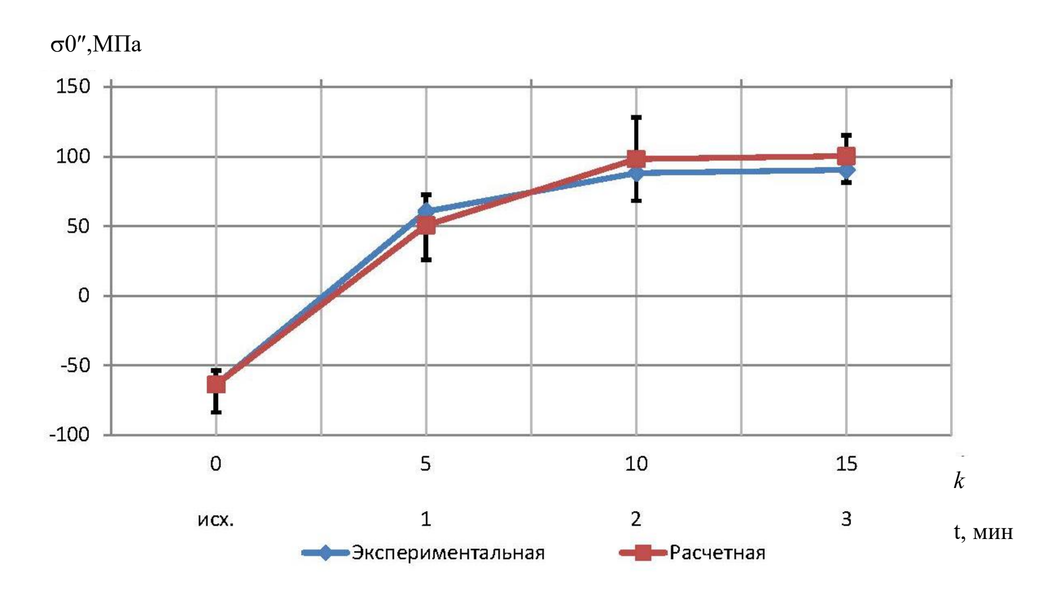


Рис. 6. Изменение остаточных напряжений в зависимости от продолжительности магнитодинамической обработки

Сравнительный анализ экспериментальных данных, полученных в процессе магнитодинамической обработки, с расчетными значениями показал приемлемость предложенных обобщённых моделей для прогнозирования параметров качества упрочнённого поверхностного слоя.

Заключение. Полученные аналитические зависимости позволяют с достаточной для практики точностью (до 20%) прогнозировать параметры качества поверхности упрочненной, в процессе магнитодинамической обработки и могут быть использованы для проектирования эффективных технологий упрочнения деталей методами ППД конвективными потоками свободнодвижущихся инденторов на стадии технологической подготовки производства.

Библиографический список

1. Лебедев, В. А. Технология динамических методов поверхностного пластического деформирования/ В. А. Лебедев. — Ростов н/Д : Издательский центр ДГТУ, 2006. — 183 с.

2. Кочубей, А. А. Применение вращающегося электромагнитного поля в технологических целях / А. А. Кочубей, В. А. Лебедев // Интегрированные виброволновые технологии в машиностроении, металлообработке : сб. трудов междунар. науч. симп. технологов-машиностроителей. — Дивноморское, 2015. — С. 210–217.

3. Кочубей, А. А. Эффективность применения вращающегося электромагнитного поля для отделочно-упрочняющей обработки деталей летательных аппаратов / А. А. Кочубей, В. А. Лебедев // Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации : сб. трудов XVI всероссийской науч.-техн. конф., — Пермь, 2015. — С. 175–178.

4. Лебедев, В. А. Отделочно-упрочняющая обработка деталей свободнодвижущимися инденторами в условиях вращающегося электромагнитного поля / В. А. Лебедев, А. А. Кочубей // Аспекты развития науки, образования и модернизации промышленности : сб. трудов XIII регион. науч.-практ. конф. учреждений высшего и среднего проф. обр. — Таганрог, 2015. — С. 245–247

5. Бабичев, А. П., Основы вибрационной технологии / А. П. Бабичев, И. А. Бабичев // Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2008. — 694 с.

6. Копылов, Ю. Р. Виброударное упрочнение / Ю. Р. Копылов. — Воронеж : Изд-во Воронежского института МВД России, — 1999. — 386 с.

7. Тамаркин, М. А. Технологические основы обработки деталей ППД в гранулированных рабочих средах / М. А. Тамаркин, Э. Э. Тищенко // Наукоемкие технологии в машиностроении и авиастроении : материалы IV междунар. науч.-техн. конф. — Рыбинск, 2012. — С. 153–160.

8. Шведова, А. С. Воздействие вибрационной отделочно-упрочняющей обработки на увеличение жизненного цикла деталей машин / А. С. Шведова // Инновации, качество и сервис в технике и технологиях : материалы IV междунар. науч.-практ. конф. — Курск, 2014. — Т.2. — С. 265–268.

9. Лебедев, В. А. Энергетические аспекты упрочнения деталей динамическими методами поверхностного пластического деформирования / В. А. Лебедев. — Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2007. — 158 с.

10. Лебедев, В. А. Сущность и закономерности динамики процесса обработки ферромагнитными гранулированными средами во вращающемся электромагнитном поле / В. А. Лебедев, Ю. М. Вернигоров, А. А. Кочубей // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. — 2016. — №1. — С. 84–91.

11. Бабичев, А. П. Теория вероятности в решении технологических задач (на примере вибрационной обработки в гранулированных средах) / А. П. Бабичев и др. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2013. — 126 с.

References

1. Lebedev, V.A. Tekhnologiya dinamicheskih metodov poverhnostnogo plasticheskogo deformirovaniya. [Technology of dynamic methods of surface plastic deformation.] Rostov-on-Don, 2006, 183 p. (in Russian).

2. Kochubey, A.A., Lebedev, V.A. Primenenie vraschayuschegosya elektromagnitnogo polya v tehnologicheskih tselyah. [Application of rotating electromagnetic field for technological purposes.] Integrirovannyie vibrovolnovyie tehnologii v mashinostroenii, metalloobrabotke: sb. tr. po materialam mezhdunar. nauch. simp. tehnologov-mashinostroiteley. [Integrated vibrowave technologies in mechanical engineering, metal working: Proc. Int. Sci. Symp. of mechanical engineers-technologists.] Rostov-on-Don, 2015, pp. 210–217 (in Russian).

3. Kochubey, A.A., Lebedev, V.A. Effektivnost primeneniya vraschayuschegosya elektromagnitnogo polya dlya otdelochno-uprochnyayuschey obrabotki detaley letatelnyih apparatov. [Efficiency of the rotating electromagnetic field application for finishing and hardening of aircraft components.] Aerokosmicheskaya tehnika, vyisokie tehnologii i innovatsii: sb. st. po materialam XVI vserossiyskoy nauch.-tehn. konf. [Aerospace engineering, high technologies and innovations: Proc. XVI All-Russian Sci.-Tech. Conf.] Perm, 2015, pp. 175–178 (in Russian).

4. Lebedev, V.A., Kochubey, A.A. Otdelochno-uprochnyayuschaya obrabotka detaley svobodnodvizhuschimisya indentorami v usloviyah vraschayuschegosya elektromagnitnogo polya. [Finishing-strengthening treatment of parts by free indenters under the rotating electromagnetic field conditions.] Aspektyi razvitiya nauki, obrazovaniya i modernizatsii promyishlennosti: materialyi XIII region. nauch.-prakt. konf. uchrezhdeniy vyissh. i sred. prof. obrazovaniya [Aspects of the development of science, education and industry modernization: Proc. XIII Region. Sci.-Pract. Conf. of higher and secondary vocational education institutions.] Taganrog, 2015, pp. 245–247 (in Russian).

5. Babichev, A.P., Babichev, I.A. Osnovyi vibratsionnoy tehnologii. [Basics of vibration technology.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2008, 694 p. (in Russian).

6. Kopylov, Y.R. Vibroudarnoe uprochnenie. [Shock-vibrating hardening.] Voronezh Institute of RF MIA Press, 1999, 386 p. (in Russian).

7. Tamarkin, M. A. Tehnologicheskie osnovyi obrabotki detaley PPD v granulirovannyih rabochih sredah. [Processing techniques of DCA components in granular environments.] Naukoemkie tehnologii v mashinostroenii i aviastroenii: Materialyi IV mezhdunar. nauch.-tehn. konf. [High technologies in mechanical engineering and aviation industry: Proc. IV Int. Sci.-Tech. Conf.] Rybinsk, 2012, pp. 24–32 (in Russian).

8. Shvedova, A.S. Vozdeystvie vibratsionnoy otdelochno-uprochnyayuschey obrabotki na uvelichenie zhiznennogo tsikla detaley mashin. [Exposure to vibration finishing and strengthening treatment to increase the life cycle of machine parts.] Innovatsii, kachestvo i servis v tehnike i tehnologiyah: sb. nauch. trudov po mat. 4-oy mezhdunar. nauch.-prakt. konf. v 3 t.

[Innovation, quality and service in engineering and technology: Coll. of sci. papers on 4-th Int. Sci.-Pract. Conf. in 3vol.] Kursk, 2014, vol. 2, pp. 265–268 (in Russian).

9. Lebedev, V.A. Energeticheskie aspektyi uprochneniya detaley dinamicheskimi metodami poverhnostnogo plasticheskogo deformirovaniya. [Energy aspects of hardening parts by dynamic methods of surface plastic deformation.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2007, 158 p. (in Russian).

10. Lebedev, V.A. Suschnost i zakonomernosti dinamiki protsessa obrabotki ferromagnitnyimi granulirovannyimi sredami vo vraschayuschemsya elektromagnitnom pole. [Essence and regularities of dynamics of processing the ferromagnetic granulated environments in the rotating electromagnetic field.] Progressivnyie tehnologii i sistemyi mashinostroeniya, 2016, no. 1, pp. 84–91 (in Russian).

11. Babichev, A.P., et al. Teoriya veroyatnosti v reshenii tehnologicheskih zadach (na primere vibratsionnoy obrabotki v granulirovannyih sredah). [Probability theory in solving technological problems (case of the vibration treatment in granular media).] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2013, 126 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 16.05.2016
Сдана в редакцию 17.05.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.632;539.182 DOI 10.12737/20217

Интегральное уравнение для численного решения стационарных квантово-механических задач*

С. Ю. Князев[1]**

[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Integral equation for numerical solution of stationary quantum-mechanical problems***

S. Yu. Knyazev[1]**

[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является описание метода численного решения стационарного уравнения Шредингера, основанного на использовании интегрального уравнения, тождественного уравнению Шредингера. По своей структуре это интегральное уравнение близко к уравнению Фредгольма второго рода и допускает получение численного решения задачи. Рассматриваемый метод позволяет находить собственные значения энергии и собственные решения для квантово-механических задач различной размерности. Приведены результаты тестирования метода при решении задачи для одномерного и двумерного квантового осциллятора. Найденные численным методом значения собственных энергий и собственных функций осциллятора сравнивались с известными аналитическими решениями, затем оценивалась погрешность результата. Наибольшая точность решения получена для первых энергетических уровней. Погрешность численного решения возрастает с номером собственного значения энергии. Для последующего энергетического уровня погрешность увеличивается почти на порядок. Для четвертого энергетического уровня при разбиении области интегрирования на 500 элементов погрешность решения для собственных функций не превосходит 2%. Если энергетический уровень является вырожденным, то существует возможность получения всех собственных функций, соответствующих данному уровню. Для этого используются различные вспомогательные функции, симметрия которых согласуется с симметрией собственной функции.

Ключевые слова: уравнение Шредингера, собственные значения, собственные функции, численное решение, фундаментальные решения.

The work objective is to describe the numerical solution method for the stationary Schrödinger equation based on the application of the integral equation identical to the Schrödinger equation. The structure of this integral equation is close to the structure of the Fredholm equation of second kind and allows obtaining the problem numerical solution. The method under study allows finding the energy eigenvalues and eigensolutions to the quantum-mechanical problems of various dimensions. The test results of the solving problems method for one-dimensional and two-dimensional quantum oscillators are obtained. The found numerical values of eigenenergy and eigenfunctions of the oscillator are compared to the known analytical solutions, and then the error of result is evaluated. The highest accuracy of the solution is obtained for the first energy levels. The numerical solution error increases with the number of the energy eigenvalue. For the subsequent energy level, the error increases almost by an order of magnitude. The solution error for the fourth energy level is less than 2% if the integration domain contains 500 elements. If the energy level is degenerate, it is possible to obtain all eigenfunctions corresponding to the given level. For this purpose, various auxiliary functions the symmetry of which is coherent with the eigenfunction symmetry are used.

Keywords: Schrödinger equation, eigenvalues, eigenfunctions, numerical solution, the fundamental solutions.

Введение. Фундаментальное значение при решении квантовых механических задач описывается уравнением Шредингера [1]. Аналитические решения этого уравнения могут быть получены лишь для весьма ограниченного круга задач, преимущественно одномерных. Поэтому разработано множество приближенных методов решения уравнения Шредингера, как аналитических, с использованием теории возмущения [2–4], так и прямых численных методов. Несмотря на широкий спектр имеющихся численных методов решения уравнения Шредингера, таких, например, как метод Нумерова [5], метод диагонализации [6–7], спектральный метод [7], и других численных методов [8–12], проблема эффективных способов нахождения собственных энергий и собственных функций для основного уравнения квантовой механики, особенно при решении многомерных задач, продолжает оставаться актуальной. Ниже предложена методика решения уравнения Шредингера, основанная на приведении его к интегральному уравнению с последующим численным решением.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

** E-mail: ksy@donpac.ru

*** The research is done within the frame of independent R&D.

Интегральное уравнение Шредингера. Пусть частица массой m, совершает финитное движение в силовом поле $V(r)$. Запишем стационарное уравнение Шредингера в виде

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}E\Psi = \frac{2m}{\hbar^2}V(r)\Psi \,. \tag{1}$$

Необходимо, решая уравнение (1), найти собственные значения энергии E и соответствующие им собственные функции, волновые функции частицы $\Psi(r)$.

Перейдем от однородного уравнения Шредингера к неоднородному уравнению, введя новую искомую функцию

$$U(r) = \Psi(r) - u_0(r)\,, \tag{2}$$

где заданная вспомогательная функция $u_0(r)$, как будет показано ниже, может определять некоторые особенности решения. Теперь уравнение Шредингера запишем как

$$\Delta U + \lambda U = v(r)U - (\Delta + \lambda + v)u_0\,, \tag{3}$$

где $\lambda = \frac{2m}{\hbar^2}E$, $v(r) = \frac{2m}{\hbar^2}V(r)$.

Правую часть в (3) можно рассматривать как плотность некоторого фиктивного заряда $\rho(r)$, создающего поле $U(r)$, удовлетворяющее неоднородному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta U + \lambda U = \rho(r)\,,$$

где

$$\rho(r) = v(r)U(r) - (\Delta + \lambda + v(r))u_0(r)\,. \tag{4}$$

Частное решение этого уравнения можно представить в виде

$$U(r) = \int_{\Omega} \rho(R)g(r,R)d\Omega_R\,. \tag{5}$$

Здесь $g(r,R)$ — фундаментальное решение уравнения Гельмгольца, которое можно рассматривать как поле, созданное в точке r единичным положительным точечным зарядом, расположенным в точке R. Конкретный вид фундаментальных решений для уравнений Гельмгольца различных размерностей хорошо известен [13].

Физически разумно предположить, что область интегрирования Ω в соотношении (5) близка, но несколько больше классически доступной для частицы области, границы которой определяются уравнением

$$V(r) = E\,. \tag{6}$$

В общем случае поле, соответствующее уравнению Гельмгольца, суммируется из поля, соответствующего частному решению (5), и поля, созданного внешними «зарядами», расположенными за пределами области Ω, или на ее границе. Здесь также, исходя из физических соображений, можно полагать, что источники реального физического поля, поля волновой функции частицы, находятся в пределах области Ω и, таким образом, основная составляющая волновой функции $U(r)$ удовлетворяет уравнению (5). Теперь, после подстановки в (5) плотности заряда (4), для искомой функции $U(r)$ получается интегральное уравнение

$$U(r) - \int_{\Omega} U(R)v(R)g(r,R)d\Omega_R = -\int_{\Omega}(\Delta + \lambda + v(R))u_0(R)g(r,R)d\Omega_R\,. \tag{7}$$

Уравнение (7) есть интегральное уравнение Шредингера, являющееся следствием уравнения (3). Можно показать, что, наоборот, уравнение Шредингера (3) является следствием интегрального уравнения (7).

Решение тестовой задачи для одномерного осциллятора. Уравнение (7) можно решать численно. Наиболее простой случай — решение одномерных задач. В этом случае, с помощью уравнения (6) находится отрезок $[a, b] = \Omega$, в пределах которого потенциальная энергия частицы не превосходит ее полной энергии E. На отрезке $[a, b]$ равномерно располагаются N узлов x_i ($1 \le i \le N$). Значение поля в этих точках обозначим U_i. Интегралы в уравнении (7) заменяем их приближенными значениями, используя какой-либо численный метод интегрирования, например, метод прямоугольников. В результате для N искомых величин U_i получается система N линейных алгебраических уравнений вида:

$$\sum_{j=1}^{N} a_{ij}U_j = b_i\,. \tag{8}$$

При вычислении коэффициентов системы (8) при положительных λ используется фундаментальное решение одномерного уравнения Гельмгольца [14]

$$g(x,X)=\frac{\sin\left(\sqrt{\lambda}\,|x-X|\right)}{2\sqrt{\lambda}}\ .$$

Описанный здесь метод численного решения уравнения Шредингера тестировался на примере решения задачи для квантового гармонического осциллятора. В этом случае область решения представляла собой отрезок длиной

$$L=2\sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}\,, \qquad (9)$$

где ω — частота осциллятора. Чтобы зафиксировать резкое убывание волновой функции за пределами классически допустимой области отрезок несколько увеличивают, полагая его, например, равным $L=3\sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}$. Затем задается начальное значение энергии частицы, например, E_0=0, и шаг варьирования энергии δε. Желательно, чтобы этот шаг был много меньше расстояния Δ*E* между ближайшими собственными значениями энергии, δε<< Δ*E*. Для каждого значения энергии $E=E_0+n\delta\varepsilon$ последовательно, при *n*=0, 1, 2,… решается система (8) и находятся значения волновой функции в крайних точках области решения. Те значения энергии, для которых величина $e=|\Psi_1|+|\Psi_N|$ имеет наименьшее, близкое к нулю значение, возможно, являются собственными значениями решаемой задач. Для уточнения этих значений можно сузить область поиска и уменьшить шаг варьирования энергии δε. Назовем параметр $K=1/e=1/\left(|\Psi_1|+|\Psi_N|\right)$, обратный к величине e, критерием задачи на собственные значения энергии. На рис. 1 представлен график зависимости критерия задачи *K* от приведенной энергии $\mu=\frac{E}{\hbar\omega}-\frac{1}{2}$, который в процессе вычислений менялся в пределах от 0 до 10 с шагом $\delta\mu=0{,}1$. Собственным значениям энергии в этом случае должны соответствовать максимальные значения критерия задачи *K*. Число узлов *N* в области решения задачи устанавливалось равным *N*=100.

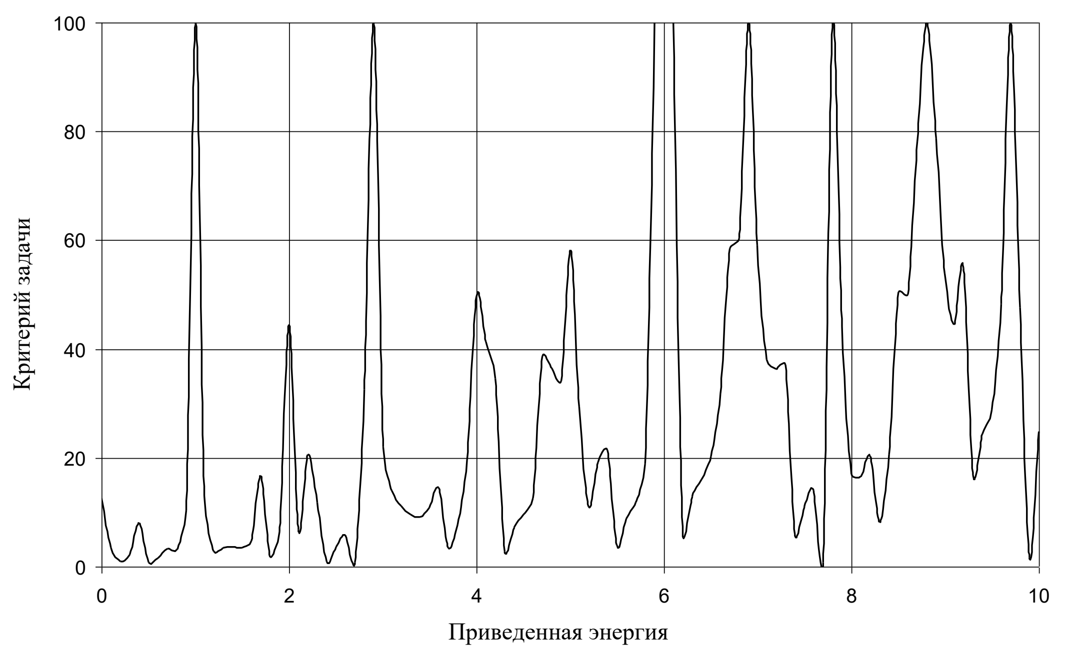


Рис. 1. Зависимость критерия задачи на собственные значения энергии от приведенной энергии одномерного квантового осциллятора

На рис. 1 наблюдаются четкие максимумы при целочисленных значениях μ от 1 до 7. При μ=0 максимум выражен достаточно слабо, а при μ >7 положения максимумов несколько смещаются в область меньших значений и наблюдаются уже при μ =7,9; 8,9; 9,8. Это, видимо, связано с тем, что с ростом номера собственной энергии количество осцилляций волновой функции в области решения возрастает. Это приводит к возрастанию погрешности численного решения для собственной функции и, соответственно, к увеличению погрешности для критерия *K*. Эта проблема устраняется путем увеличения количества узлов *N* и уменьшения шага варьирования энергии $\delta\mu$.

Численное решение уравнения (7) оказывается весьма чувствительно к значению параметра μ, который определяет значение энергии *E*. На рис. 2 представлены графики зависимости значений волновой функции ψ от

приведенной координаты частицы x/L. Толстой сплошной кривой представлена собственная функция, соответствующая μ=2. График собственной функции, рассчитанный при количестве узлов N=100, в этом случае сливается с теоретической зависимостью, рассчитанной с использованием полиномов Эрмита. Пунктирная кривая на рис. 2 получена при μ=2,1.

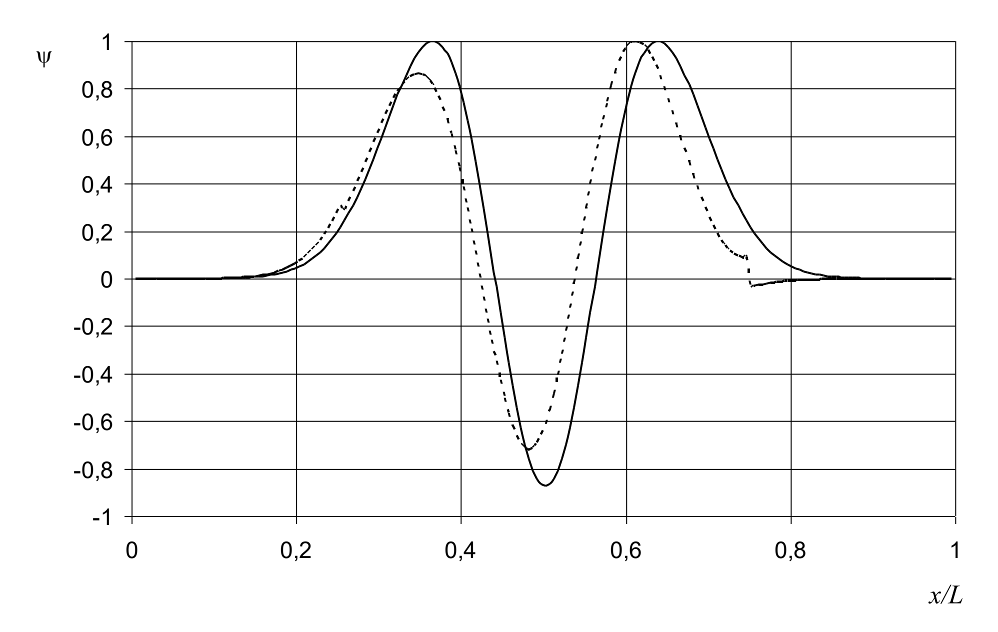


Рис. 2. Зависимость значений волновой функции ψ от приведенной координаты частицы x/L

Как видно из рис. 2, на графике, полученном при μ=2,1, т. е. при значении энергии не равном собственному значению, кроме некоторого количественного различия с графиком собственной функции наблюдаются изломы, скачки. Наличие таких изломов, скачков является одним из признаков отклонения от собственного значения энергии.

Основным параметром, определяющим точность численного решения, является, естественно, количество узлов N в области решения задачи. В качестве меры погрешности при вычислении собственных функций использовалась величина

$$\varepsilon = \max_i \left|\psi_i - \phi\left(x_i\right)\right|, \tag{10}$$

где $\phi\left(x_i\right)$— значение аналитического решения задачи в точке с координатой x_i. При вычислении погрешности численного решения предварительно производилась нормировка собственных функций путем их деления на максимальное по абсолютной величине значение этих функции в области решения задачи. На рис. 3 представлены графики зависимостей погрешностей численного решения от количества узлов N, полученные для трех собственных функций: с μ =0 (сплошная толстая кривая на рис. 3); μ =1 (тонкая сплошная кривая на рис.3); μ =2 (пунктирная кривая на рис. 3).

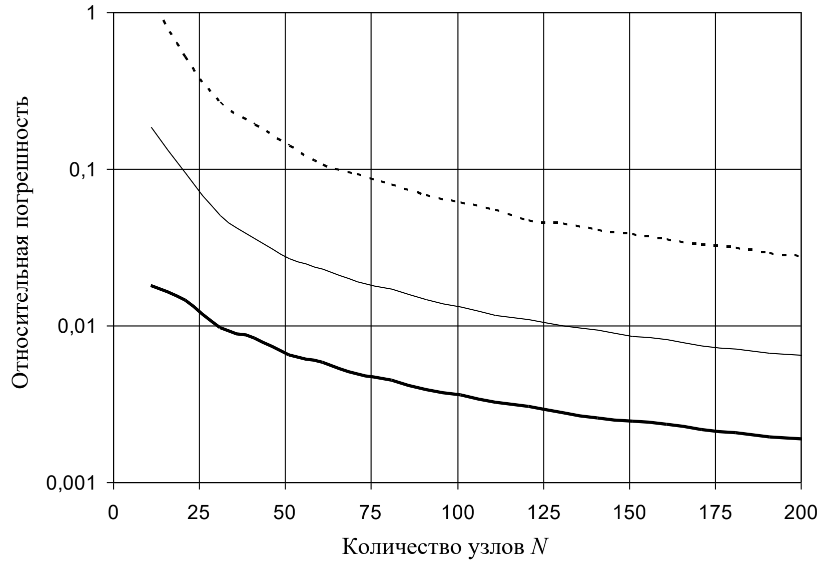


Рис. 3. Графики зависимостей погрешностей численного решения от количества узлов N. Сплошная толстая линия соответствует μ =0; тонкая сплошная линия соответствует μ=1; пунктирная линия соответствует μ =2

Из рис. 3 очевидно, что погрешность численного решения для собственных функций убывает с ростом *N*, причем с увеличением *N* быстрота убывания погрешности уменьшается. Одновременно погрешность численного решения возрастает с номером собственного значения энергии: погрешность для последующего энергетического уровня увеличивается почти на порядок. Увеличивая число *N*, можно обеспечить приемлемую точность вычислений. Например, для четвертого энергетического уровня с μ =4 при *N*=500 погрешность решения не превосходит 2%. При этом следует отметить, что во всех случаях средняя или среднеквадратичная погрешность оказывается значительно меньше.

Приведенные выше результаты получены при использовании вспомогательной функции $u_0(r) = 1 + x$. Если использовать вспомогательную функцию $u_0(r) = 1$, то при численном решении уравнения (7) правильные значения собственных энергий и собственных функций получаются только для четных значений μ. Напротив, при использовании нечетных μ правильные значения собственных энергий и собственных функций получаются при нечетных μ. Это обусловлено свойствами симметрии силового поля $V(r)$ и фундаментальных решений, а также структурой уравнения (7). Используемая здесь функция $u_0(r) = 1 + x$ есть сумма четной и нечетной функций, что позволило получить решения, обладающие различной симметрией.

Если при разработке алгоритма численного решения задачи учитывать определенные свойства симметрии волновых функций, можно оптимизировать компьютерную модель, сократить объем вычислений и повысить их точность.

Решение тестовой задачи для двумерного осциллятора. Основным достоинством описываемого здесь метода решения уравнения Шредингера является возможность применения его, без существенного усложнения, при решении многомерных задач. Основная трудность решения связана с резким увеличением количества линейных уравнений типа (8) при увеличении размерности задачи. Ниже приводятся основные результаты решения тестовой двумерной задачи для двумерного изотропного квантового осциллятора.

При вычислении коэффициентов системы (8) при положительных значениях $\lambda = \frac{2m}{\hbar^2}E$ используется фундаментальное решение двумерного уравнения Гельмгольца, выражаемое через функции Ханкеля нулевого порядка первого вида [13]:

$$g(r,R) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}\left(\sqrt{\lambda}\left|r - R\right|\right).$$

Энергию осциллятора представим в виде $E=E_x+E_y$, где E_x и E_y — составляющие энергии, обусловленные движением вдоль осей *X* или *Y* соответственно. Область решения представляется в виде прямоугольника со сторонами $L_x = 3\sqrt{\frac{2E_x}{m\omega^2}}$ и $L_y = 3\sqrt{\frac{2E_y}{m\omega^2}}$. Разумеется, размеры области решения могут несколько отличаться от этих значений. Однако значительные отклонения этих размеров от рекомендуемых приводит к возрастанию погрешности вычислений, что может затруднить анализ результатов при определении собственных значений энергии.

Алгоритм решения задачи на поиск собственных значений энергии повторяет описанный выше алгоритм для одномерного случая. Задается начальное значение энергии частицы, например, E_0=0, и шаг варьирования энергии δε. Для каждого значения энергии $E=E_0+n\delta\varepsilon$ последовательно, при *n*=0, 1, 2,… решается система (8) и находятся значения волновой функции в крайних точках области решения. Те значения энергии, для которых величина $e = \sum_k \left|\Psi_k\right|$ (здесь суммирование производится по значениям волновой функции $\left|\Psi_k\right|$ в граничных узлах области решения) имеет наименьшее, близкое к нулю значение, возможно, являются собственными значениями решаемой задач.

На рис. 4 представлен график зависимости критерия задачи на собственные значения энергии $K = 1/e = 1/\sum_k \left|\Psi_k\right|$ от приведенной энергии $\mu = \frac{E}{\hbar\omega} - 1$, который в процессе вычислений менялся в пределах от –0,5 до 2,5 с шагом $\delta\mu = 0{,}1$. Собственным значениям энергии в этом случае должны соответствовать максимальные критерии задачи *K*. Число узлов *N* в области решения задачи устанавливалось равным $N = 24 \times 24 = 576$. Вычисления проводились при $u_0(r) = 1 + x$.

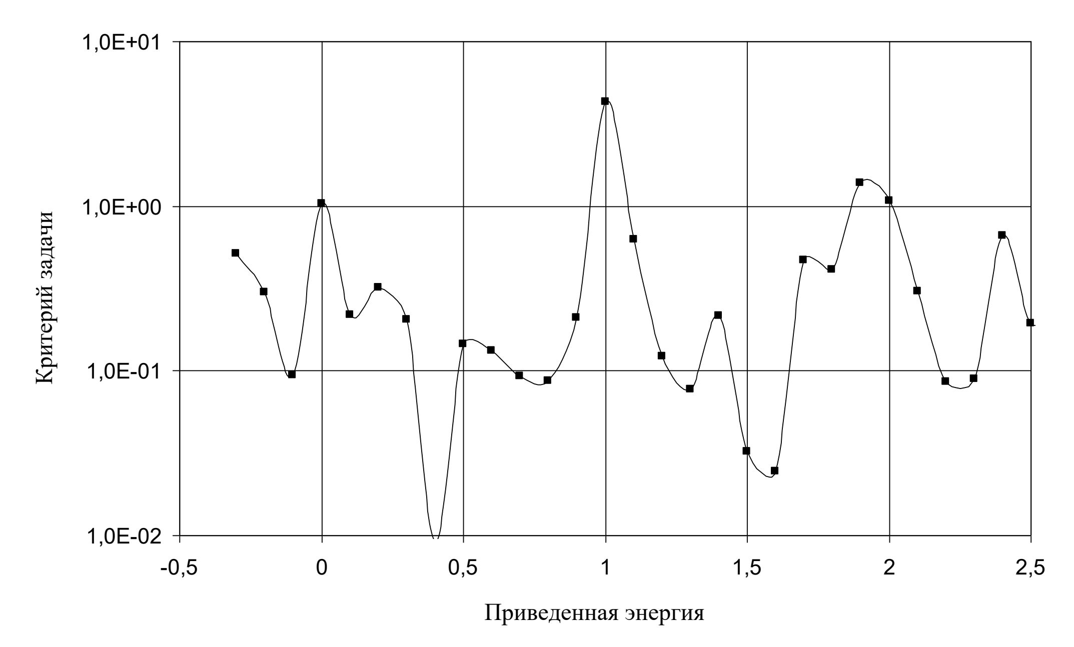


Рис. 4. Зависимость критерия задачи на собственные значения энергии от приведенной энергии двумерного квантового осциллятора

На рис. 4 наблюдаются четкие максимумы при значениях μ=0 и μ=1. При μ≈2 максимум несколько смещен в область меньших значений, к μ=1,9. Эти результаты согласуются с точными собственными значениями энергии двумерного осциллятора $E_m = \hbar\omega(\mu+1)$, $\mu = 0, 1, 2,...$ Однако следует обратить внимание также на наличие нескольких второстепенных локальных максимумов при значениях μ, не совпадающих с теоретически ожидаемыми результатами. Увеличение числа узлов с $N = 576$ до $N = 30 \times 30 = 900$ несколько улучшает результат, однако второстепенные максимумы сохраняются, что может приводить к ошибкам при идентификации собственных значений энергии.

Определенные трудности возникают также при учете вырожденности энергетических уровней. Например, второму энергетическому уровню с μ=1 можно поставить в соответствие две собственных функции. Одна из них симметрична относительно оси *X* и антисимметрична относительно оси *Y*, а другая — наоборот, симметрична относительно оси *Y* и антисимметрична относительно оси *X*. Для вычисления собственных функций в этих двух случаях описанным выше способом желательно использовать различные области решения (с разными соотношениями сторон) и различные вспомогательные функции $u_0(r)$. В первом случае это может быть $u_0(r) = 1 + y$, а во втором — $u_0(r) = 1 + x$.

Заключение. Проведенный анализ показывает перспективность предложенного численного метода решения квантово-механических задач различной размерности. Разработанный способ решения уравнения Шредингера может быть использован при решении различного типа эллиптических уравнений неканонической формы. Дополнительные возможности возникают также при использовании в интегральном уравнении, подобном уравнению (7), фундаментальных решений, предварительно найденных численным методом. Это позволяет, в частности, расширить круг решаемых задач путем использования метода точечных источников поля [15–20].

Библиографический список

1. Ландау, Л. Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : Гос. изд-во физ.-мат. лит., Наука, 1963. — 703 с.

2. Kesarwani, R. N. Eigenvalues of an anharmonic oscillators / R. N. Kesarwani, Y. P. Varshni // J. Math. Phys. — 1981. — Vol. 22. — № 9. — P. 1983–1989.

3. Ульянов, В. В. Интегральные методы в квантовой механике / В. В. Ульянов. — Харьков : Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. — 160 с.

4. Bender, C. M. Anharmonic oscillator. II. A study of perturbation theory in large order / C. M. Bender, T. T. Wu // Phys. Rev. — 1973. — Vol. 7. — № 6. — P. 1620–1636.

5. Killingbeck, J. P. Microcomputer Quantum Mechanics / J. P. Killingbeck. — Adam Hiller, 1983. — p. 380.

6. Banerjee, K. The anharmonic oscillator / K. Banerjee, S. P. Bhatnagar, V. Choudhry, S. S. Kanwal // Proc. R. Soc. A, 1978. — Vol. 360. — P.575–586.

7. Черкасский, В. А. Численное решение уравнения Шредингера: метод диагонализации и спектральный метод / В. А. Черкасский // Вісник Харківського національного університету. — 2010. — № 926. — С. 204–211.

8. Dineykhan, M. The Schroedinger equation for bound state systems in the oscillator representation / M. Dineykhan, G. V. Efimov // Repots of Math. Phys. — 1995. — V.6. — № 2/3. — P. 287–308.

9. Abrashkevich, A. G. FESSDE, a program for the finite-element solution of the coupled-channel Schroedinger equation using high-order accuracy approximations / A. G. Abrashkevich, D. G. Abrashkevich, M. S. Kaschiev, I. V. Puzynin // Comp. Phys. Commun. — 1995. — Vol. 85 — P. 6574.

10. Jafarpour, M. Calculation of energy eigenvalues for the quantum anharmonic oscillator with a polynomial potential / M. Jafarpour, D. Afshar // J. Phys. A: Math. Gen. — 2002. — Vol. 35 — P. 87–92.

11. Квитко, Г. В. Численное решение уравнения Шрёдингера с полиномиальными потенциалами / Г. В. Квитко, Э. Л. Кузин, Д. В. Шоть // Вестник Балт. муницип. ин-та им. И. Канта. — 2011. — Вып. 5. — С.115–119.

12. Лукьяненко, А. Н. Символьно-численное решение двумерного уравнения Шрёдингера с двухъямным потенциалом / А. Н. Лукьяненко, Н. А. Чеканов // Университет им. В.И. Вернадского. — 2008. — № 3(13). — Т. 2. — С. 43–49.

13. Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. — Москва : Физматлит, 2001. — 576 с.

14. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — Москва : Физматлит, 2004. — 400 с.

15. Fairweather, G. The method of fundamental solutions for problems in potential theory / G. Fairweather, R. L. Johnston // Treatment of Integral Equations by Numerical Methods / eds. C. T. H. Baker, G. F. Miller. — London : Academic Press, 1982. — P. 349–359.

16. Князев, С. Ю. Численное решение уравнений Пуассона и Гельмгольца с помощью метода точечных источников / С. Ю. Князев // Изв. вузов. Электромеханика. — 2007. — № 2. — С. 77–78.

17. Князев, С. Ю. Численное решение краевых задач для неоднородных уравнений Гельмгольца методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. Н. Заиченко // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2014. — № 4. — С. 14–19.

18. Князев, С. Ю. Решение задач тепло- и массопереноса с помощью метода точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2006. — № 4. — С. 43–47.

19. Князев, С. Ю. Моделирование полей упругих деформаций с применением метода точечных источников / С. Ю. Князев, В. Н. Пустовойт, Е. Е. Щербакова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15. № 1 (80). — С. 29–38.

20. Князев, С. Ю. Моделирование трехмерных полей упругих деформаций с помощью метода точечных источников / С. Ю. Князев, В. Н. Пустовойт, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15. № 4 (83). — С. 13–23.

References

1. Landau, L.D., Lifshitz, E.M. Kvantovaya mekhanika. Nerelyativistskaya teoriya. [Quantum mechanics. Nonrelativistic theory.] Moscow: Nauka, 1963, 703 p. (in Russian).

2. Kesarwani, R.N., Varshni, Y.P. Eigenvalues of an anharmonic oscillators. J. Math. Phys., 1981, vol. 22, no.9, pp.1983–1989.

3. Ulyanov, V.V. Integral'nye metody v kvantovoy mekhanike. [Integral methods in quantum mechanics.] Kharkov: Vishcha shkola, 1982, 160 p. (in Russian).

4. Bender, C.M., Wu, T.T. Anharmonic oscillator. II. A study of perturbation theory in large order. Phys. Rev., 1973, vol. 7, no.6, pp. 1620–1636.

5. Killingbeck, J.P. Microcomputer Quantum Mechanics. Adam Hiller, 1983, 380 p.

6. Banerjee, K., Bhatnagar, S.P., Choudhry, V., Kanwal, S.S. The anharmonic oscillator. Proc. R. Soc. A, 1978, vol. 360, pp.575–586.

7. Cherkassky, V.A. Chislennoe reshenie uravneniya Shredingera: metod diagonalizatsii i spektral'nyy metod. [The numerical solution of the Schrödinger equation: diagonalization method and spectral method.] Вісник Харківського национального університету, 2010, no. 926, pp. 204–211 (in Russian).

8. Dineykhan, M., Efimov, G.V. The Schroedinger equation for bound state systems in the oscillator representation. Repots of Math. Phys., 1995, vol. 6, no.2/3, pp. 287–308.

9. Abrashkevich, A.G., Abrashkevich, D.G., Kaschiev, M.S., Puzynin, I.V. FESSDE, a program for the finite-element solution of the coupled-channel Schroedinger equation using high-order accuracy approximations. Comp. Phys. Commun., 1995, vol. 85, pp. 65–74.

10. Jafarpour, M., Afshar, D. Calculation of energy eigenvalues for the quantum anharmonic oscillator with a polynomial potential. J. Phys. A: Math. Gen., 2002, vol. 35, pp. 87–92.
11. Kvitko, G.V., Kuzin, E.L., Shott, D.V. Chislennoe reshenie uravneniya Shredingera s polinomial'nymi potentsialami. [Numerical solution of the Schrödinger equation with polynomial potentials.] IKBFU's Vestnik, 2011, vol. 5, pp. 115–119 (in Russian).
12. Lukyanenko, A.N., Chekanov, N.A. Simvol'no-chislennoe reshenie dvumernogo uravneniya Shredingera s dvukh"yamnym potentsialom. [Symbolic-numerical solution of two-dimensional Schrödinger equation with a double-well potential.] Universitet im. V.I. Vernadskogo, 2008, no. 3(13), vol. 2, pp.43–49 (in Russian).
13. Polyanin, A.D. Spravochnik po lineynym uravneniyam matematicheskoy fiziki. [Handbook on linear equations of mathematical physics.] Moscow: Fizmatlit, 2001, 576 p. (in Russian).
14. Vladimirov, V.S., Zharinov, V.V. Uravneniya matematicheskoy fiziki. [Equations of Mathematical Physics.] Moscow: Fizmatlit, 2004, 400 p. (in Russian).
15. Fairweather, G., Johnston, R.L. The method of fundamental solutions for problems in potential theory. C.T.H. Baker, G.F. Miller, eds. Treatment of Integral Equations by Numerical Methods. London: Academic Press, 1982, pp.349–359.
16. Knyazev, S.Yu. Chislennoe reshenie uravneniy Puassona i Gel'mgol'tsa s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov. [Numerical solution of Poisson and Helmholtz equations using the point-source method] Russian Electromechanics, 2007, no. 2, pp. 77–78 (in Russian).
17. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E., Zaichenko, A.N. Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya neodnorodnykh uravneniy Gel'mgol'tsa metodom tochechnykh istochnikov polya. [Numerical Solution of the Boundary Problems with Non-Homogeneous Helmholtz Equation by Field Point-Source Method.] Russian Electromechanics, 2014, no. 4, pp. 14–19 (in Russian).
18. Knyazev, S.Yu., Shcherbakova, E.E. Reshenie zadach teplo- i massoperenosa s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov polya. [The solution of heat and mass transfer problems by the point source method.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2006, no. 4, pp. 43—47 (in Russian).
19. Knyazev, S.Yu., Pustovoyt, V.N., Shcherbakova, E.E. Modelirovanie poley uprugikh deformatsiy s primeneniem metoda tochechnykh istochnikov. [Modeling the elastic strain fields by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 1(80), pp. 29–38 (in Russian).
20. Knyazev, S.Yu., Pustovoyt, V.N., Shcherbakova, E.E., Shcherbakov, A.A. Modelirovanie trekhmernykh poley uprugikh deformatsiy s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov. [Modeling of three-dimensional elastic strain fields by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 4(83), pp. 13–23 (in Russian).

Поступила в редакцию 04.04.2016
Сдана в редакцию 05.04.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.63 DOI 10.12737/20227

Решение задач на собственные значения для уравнения Гельмгольца методом точечных источников поля*

Е. Е. Щербакова[1**]
[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Solving eigenvalues problems for Helmholtz equation by point-source method ***

E. E. Shcherbakova[1**]
[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Разработан способ решения задач вычисления собственных значений и собственных функций для уравнения Гельмгольца в областях с произвольной конфигурацией. При разработке способа численного решения задач используется метод точечных источников поля (МТИ). Предлагаемый способ основан на анализе числа обусловленности системы МТИ или погрешности численного решения задачи. Вводится понятие «критерий собственных значений». Результатом работы является разработанный эффективный алгоритм решения задач на нахождение собственных значений и собственных функций для уравнения Гельмгольца. Показано, что при приближении параметра Гельмгольца к собственному значению задачи число обусловленности системы МТИ и погрешность численного решения резко возрастают. Определив зависимость погрешности численного решения задачи или числа обусловленности системы МТИ от параметра Гельмгольца, можно по расположению максимума для полученных зависимостей найти собственные значения уравнения Гельмгольца в заданной области. После нахождения собственного значения можно приступить к нахождению собственных функций. При этом, если собственное значение оказывается вырожденным, то есть ему соответствует несколько собственных функций, то, с учетом симметрии области решения, возможно нахождение всех собственных функций. Приведены результаты решения тестовых двумерных и трехмерных задач, на основании которых делается вывод об эффективности предложенного метода.

Ключевые слова: метод точечных источников, собственные значения, собственные функции, уравнение Гельмгольца, фундаментальное решение, метод фундаментальных решений.

A method of problem solution of the eigenvalues and eigenfunctions for the Helmholtz equation in the domains with arbitrary configuration is worked out. In developing the approach of the numerical solution of problems, the point-source method (PSM) is used. The proposed method is based on the analysis of the condition number of the PSM system or error of the problem numerical solution. The concept of “eigenvalues criterion” is introduced. The research result is a developed effective method — an algorithm for solving problems of eigenvalues and eigenfunctions for the Helmholtz equation. It is shown that at the approach of the Helmholtz parameter to the problem eigenvalue, the condition number of the PSM system and the error of the numerical solution rise sharply. Therefore, the dependence of the condition number of the PSM system or the error of the problem numerical solution can be calculated from the Helmholtz parameter. Then, according to the position of the maximum of the obtained dependences, the eigenvalues of the Helmholtz equation in a given domain are found. It allows searching the eigenvalues. After finding the eigenvalues, it is possible to proceed to the determination of the eigenfunctions. At that, if the eigenvalue appears degenerate, that is some eigenfunctions correspond to it, then it is possible to find all the eigenfunctions taking into account the symmetry of the solution domain. The two-dimensional and three-dimensional test problems are solved. Upon the results obtained, the conclusion about the efficiency of the proposed method is made.

Keywords: point source method, eigenvalues, eigenfunctions, Helmholtz equation, fundamental solution, method of fundamental solutions.

Введение. Важное прикладное значение при разработке электромеханических, оптоэлектронных и радиотехнических устройств имеют задачи математической физики. Ряд таких задач приводит к решению однородного уравнения Гельмгольца

$$\Delta U(r)+\lambda U(r)=0 \qquad (1)$$

с положительным значением параметра Гельмгольца $\lambda>0$. Это широкий класс задач, связанных с установившимися колебаниями (механическими, акустическими, тепловыми, электромагнитными и др.). Численное решение задач массой теплопереноса также приводит к уравнению Гельмгольца, уже с отрицательным значением параметра $\lambda<0$.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: Sherbakovaee@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Важность решения уравнения Гельмгольца обусловлена также тем, что любые уравнения эллиптического типа с постоянными коэффициентами приводятся к уравнению этого вида.

При решении ряда прикладных задач требуется нахождение собственных значений и собственных функций для уравнения Гельмгольца в областях с различной конфигурацией. Аналитическое решение таких задач, а также численное решение с использованием традиционных численных методов, может вызвать значительные трудности и не всегда целесообразно, особенно если область решения имеет сложную конфигурацию, а граничные условия содержат производную по нормали.

Одним из эффективных методов численного решения граничных задач для ряда уравнений эллиптического типа является метод точечных источников поля (МТИ) [1–7]. Этот метод применяется при моделировании электрических, магнитных, тепловых, концентрационных, упругих напряжений и других физических полей [8–17]. Преимуществом МТИ является его простота и значительно меньший объем вычислений в сравнении с традиционными численными методами решения граничных задач, такими, например, как метод конечных элементов (МКЭ). Применение МТИ может быть оправдано также при решении задач на собственные значения для уравнений эллиптического типа, например, уравнения Гельмгольца [18, 19].

Описание численного метода. Пусть в области Ω выполняется уравнение Гельмгольца (1), а на границе ∂Ω области Ω заданы условия вида

$$\left.\left(\alpha(r)\frac{\partial U}{\partial n}+\beta(r)U\right)\right|_{\partial\Omega}=\gamma(r)|_{\partial\Omega}\ , \tag{2}$$

где α, β, γ — непрерывные функции, заданные на границе ∂Ω области Ω.

Для нахождения неизвестной функции $U(r)$ можно использовать МТИ. Для этого на границе ∂Ω расположим N граничных узлов в точках с координатами r_i, а вокруг области Ω, на некотором удалении от ее границы, расположим N точечных источника поля с зарядами q_j, в точках с координатами R_j. Искомое поле приближенно представим в виде суммы

$$U(r)=\sum_{j=1}^{N} q_j g(r,R_j)\ , \tag{3}$$

где $g(r,R_j)$ — фундаментальное решение уравнения Гельмгольца.

В трехмерном варианте

$$g(r,R)=\frac{\exp\left(\pm\sqrt{\lambda}\,|r-R|\right)}{4\pi|\mathrm{r}-R|}. \tag{4_1}$$

При решении двумерных задач фундаментальные решения [20] выражаются через модифицированные функции Бесселя второго рода (при λ<0):

$$g(r,R)=\frac{1}{2\pi}K_0\left(\sqrt{-\lambda}\,|r-R|\right) \tag{4_2}$$

или через функции Ханкеля нулевого порядка первого рода (при λ>0):

$$g(r,R)=\frac{i}{4}H_0^{(1)}\left(\sqrt{\lambda}\,|r-R|\right). \tag{4_3}$$

Знак в (4_1) выбирается в зависимости от конкретных особенностей решаемой задачи. В зависимости от знака параметра λ, аргумент экспоненты в выражении (7) будет либо действительным, либо мнимым числом.

При λ=0 уравнение (1) вырождается в уравнение Лапласа, а фундаментальное решение (4_1) для трехмерных задач принимает вид $g(r,R)=1/\left(4\pi|r-R|\right)$; для двумерных задач в этом случае $g(r,R)=\frac{1}{2\pi}\ln\frac{1}{|r-R|}$.

Решение $g(r,R)$ можно рассматривать как потенциал поля, созданного в точке r единичным точечным зарядом, находящимся в точке R. При любых значениях зарядов q_j функция $U(r)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца (1). Необходимо подобрать заряды q_j таким образом, чтобы граничные условия (2) выполнялись во всех N граничных узлах. Для узла с номером i условие (2) записывается в виде

$$\sum_{j=1}^{N} q_j\left(\alpha(r_i)\frac{\partial g(r_i,R_j)}{\partial n}+\beta(r_i)g(r_{i,j})\right)=\gamma(r_i)\,. \tag{5}$$

В результате, записывая уравнение (5) для всех N узлов, получаем систему линейных алгебраических уравнений, систему МТИ. После решения системы (5) искомое поле $U(r)$ приближенно находим с помощью формулы

$$U(r) = \sum_{j=1}^{N} q_j g(r, R_j). \tag{6}$$

Как известно, при некоторых положительных значениях параметра λ краевая задача (1)–(2) для однородного уравнения Гельмгольца при однородных граничных условиях (при $\gamma(r) \equiv 0$) может иметь ненулевое решение. Нахождение значений параметра $\lambda=\lambda_n$, собственных значений, соответствующих им решений, собственных функций данной краевой задачи является основной целью данной работы.

При $\gamma(r) \equiv 0$ система МТИ будет представлять собой систему однородных линейных алгебраических уравнений. Как известно, для существования ненулевого решения такой системы необходимо, чтобы ее детерминант равнялся нулю. Однако ошибки округления, возникающие при вычислении детерминанта, приводят к тому, что при приближении параметра λ к некоторому собственному значению наблюдается резкое уменьшение абсолютного значения детерминанта (а не его обращение в ноль) и, соответственно, резкое возрастание числа обусловленности системы МТИ. Это, в свою очередь, ведет к резкому возрастанию погрешности численного решения краевой задачи.

Таким образом, собственные значения краевой задачи можно приближенно установить в процессе получения зависимости от параметра Гельмгольца λ детерминанта или числа обусловленности системы МТИ, или погрешности численного решения краевой задачи. Назовем эти параметры критериями собственных значений.

После того, как собственное значение найдено, можно приступить к нахождению собственных функций, соответствующих данному собственному значению краевой задачи. При этом можно поступить следующим образом. Задается готовое решение $U_0(r)$ для однородного уравнения Гельмгольца. Таким решением может быть выражение, соответствующее полю точечного заряда Q (4_2), расположенного за пределами области решения краевой задачи. Значения этого поля на границе $\partial\Omega$ области Ω используются в качестве правой части в граничном условии (2). Решение краевой задачи, полученное с помощью МТИ, при значении параметра λ, равном одному из собственных значений $\lambda=\lambda_n$, можно представить в виде суммы $U(r) = U_0(r) + u(r)$, где $u(r)$ — собственная функция, собственное решение, соответствующее данному собственному значению. Отсюда следует, что собственная функция будет равняться разности между решением краевой задачи, полученным с помощью МТИ, и заданным решением $U_0(r)$ однородного уравнения Гельмгольца:

$$u(r) = U(r) = U_0(r). \tag{7}$$

Разумеется, точность такого решения, вследствие плохой обусловленности системы МТИ, может оказаться не очень высокой. Однако, как будет показано ниже, обычно эта точность оказывается вполне приемлемой.

Обычно данному собственному значению краевой задачи соответствует несколько собственных решений. В этом случае возможно нахождение всех собственных решений, соответствующих данному λ_n. Для этого описанным выше способом находятся собственные решения, соответствующие различным положениям заряда Q, задающего поле $U_0(r)$. Затем, если это необходимо, между полученными собственными решениями производят ортогонализацию.

Пример нахождения собственных значений для двумерной задачи. В качестве тестового примера рассмотрим нахождение собственных значений и собственных функций задачи Дирихле для однородного уравнения Гельмгольца в круговой области радиусом r_0. Как известно [21], собственные значения для этой задачи имеют вид

$$\lambda_{nm} = \frac{\mu_{nm}^2}{r_0^2},$$

где μ_{nm} — положительные корни трансцендентного уравнения $J_n(\mu) = 0$; $J_n(\mu)$ — функция Бесселя порядка n, $n = 0, 1, 2, \ldots$; $m = 1, 2, 3, \ldots$.

Каждому $n>0$ соответствует две собственные функции:

$$u_{nm}^{(1)}(r) = J_n\left(r\sqrt{\lambda_{nm}}\right)\cos n\phi, \text{ и } u_{nm}^{(2)}(r) = J_n\left(r\sqrt{\lambda_{nm}}\right)\sin n\phi. \tag{8}$$

При $n=0$ собственные функции обладают осевой симметрией и равны

$$u_{0m}^{(1)}(r) = J_0\left(r\sqrt{\lambda_{0m}}\right). \tag{9}$$

При решении тестовой задачи начало координат располагалось в центре круговой области решения радиусом $r_0=2$. Точечные заряды, моделирующие искомое поле с помощью МТИ, равномерно располагались на вспомогатель-

ной окружности радиусом R=3. Заряд Q, создающий известное поле $U_0(r)$, располагался на оси X на расстоянии $\rho=2r_0$ от центра области Ω. При нахождении собственных функций $u_{nm}^{(2)}(r)$ заряд Q перемещается на ось Y.

На рис. 1 приведены графики зависимости критериев собственных значений от значения параметра λ. По оси абсцисс откладывается величина $(\lambda-\lambda_{01})/\lambda_{01}$, где λ_{01} — наименьшее собственное значение краевой задачи, соответствующее $\mu_{01}\approx 2{,}405$. По оси ординат откладывается либо величина C/C_{max}, где C_{max} — число обусловленности системы МТИ при $\lambda=\lambda_{01}$ (кривая с квадратными маркерами); либо относительная погрешность $\varepsilon/\varepsilon_{\max}$, где $\varepsilon_{\max}$ — погрешность МТИ при $\lambda=\lambda_{01}$ (кривая с круглыми маркерами); либо величина $D_{\min}/D$, где $D_{\min}$ — детерминант (по абсолютной величине) матрицы системы МТИ при $\lambda=\lambda_{01}$ (кривая с треугольными маркерами). Вычисления проводились при количестве зарядов, моделирующих поле, N=30.

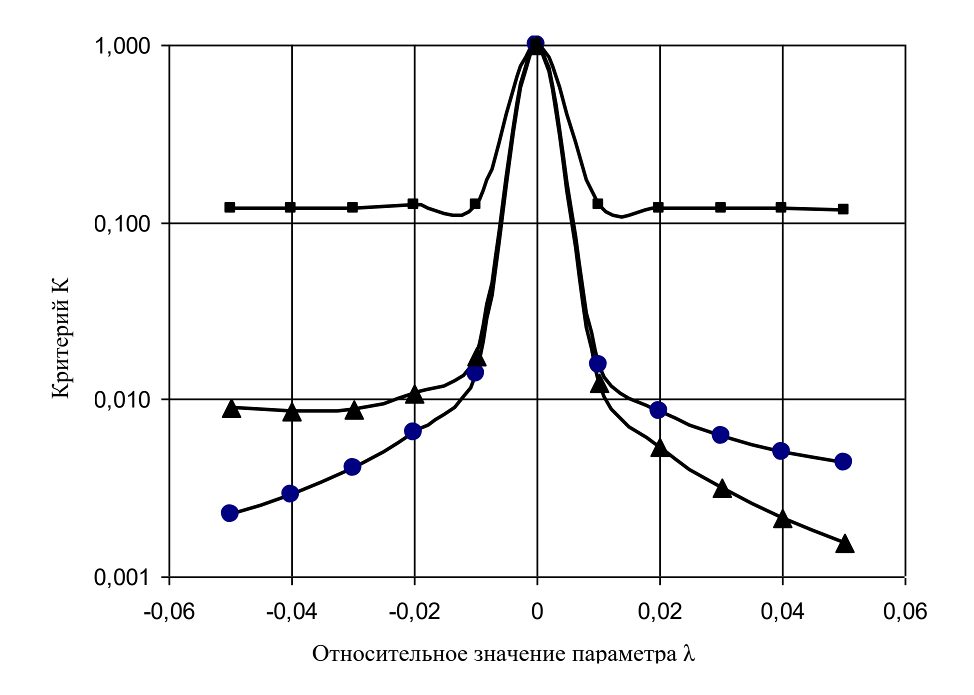


Рис. 1. Зависимости критериев собственных значений от относительной величины параметра λ

Очевидно, что использование зависимости числа обусловленности C от параметра λ для нахождения собственного значения краевой задачи наименее предпочтительно, так как максимум соответствующей кривой слабо выражен (максимальное значение от минимального отличается менее чем в 6 раз). Кроме того, изменение числа обусловленности происходит в очень узком интервале Δλ значений параметра λ ($\Delta\lambda\approx 0{,}02\lambda_{01}$). Поэтому для нахождения собственного значения краевой задачи целесообразно использовать зависимость погрешности МТИ от параметра λ, так как при этом возможно одновременное нахождение собственных функций.

Следует отметить, что при вычислениях, результаты которых представлены на рис. 1, использовалось число $\mu_{01}\approx 2{,}405$. При подстановке более точного значения этого параметра $\mu_{01}\approx 2{,}4048255577$ максимумы зависимостей, представленных на рис. 1, становятся более резкими. При выполнении тестовой задачи умышленно использовались приближенные значения собственных значений, так как при решении реальных задач, в процессе поиска собственных значений, задается шаг варьирования Δλ параметра λ, который не может быть бесконечно малым. Реально возможно только приблизиться к собственному значению. При этом собственное значение можно зафиксировать только, если шаг варьирования Δλ окажется меньше ширины максимума на соответствующей зависимости.

Результаты, представленные на рис. 1, получены при количестве зарядов, моделирующих поле N=30. Вычислительные эксперименты показали, что увеличение количества зарядов N не приводит к существенному улучшению представленных на рис. 1 зависимостей. Более того, максимум зависимости числа обусловленности от параметра λ становится еще менее выраженным. Поэтому при поиске собственных значений рекомендуется использовать небольшое число зарядов, моделирующих поле.

При поиске последующих собственных значений λ_{nm}, с большими значениями n и m, отмеченные выше особенности метода сохраняются с одним существенным дополнением. А именно, чем больше величина собственного значения, тем более узкими становятся соответствующие максимумы на кривых зависимости критериев собственных значений от значения параметра λ. Поэтому, если для поиска λ_{01}, как видно из рис. 1, достаточно задать ширину варь-

ирования порядка $\Delta\lambda \approx 0{,}1\lambda_{01}$, то при поиске λ_{03}, как показали вычисления, шаг варьирования придется уменьшить до значения $\Delta\lambda \approx 0{,}02\lambda_{03}$, что, естественно, приведет к увеличению объема вычислений.

Пример нахождения собственных значений для трехмерной задачи. В качестве другого тестового примера рассмотрим нахождение собственных значений задачи Дирихле для однородного уравнения Гельмгольца в кубе со стороной L=2. Для этой задачи собственные значения равны [21]

$$\lambda_{nmk} = \pi^2\left(n^2 + m^2 + k^2\right)/L^2\ ;\ n = 1,2,3,...;\quad m = 1,2,3,...;\quad k = 1,2,3,...\ ,$$

а собственные функции

$$u_{nmk}\left(x, y, z\right) = \sin\left(\pi nx / L\right)\sin\left(\pi my / L\right)\sin\left(\pi kz / L\right).$$

Таким образом, собственные значения определяются величиной числа $l = n^2 + m^2 + k^2$. Первому собственному значению с $n = 1;\ m = 1;\ k = 1;\ l = 3$ соответствует единственное собственное значение. Это собственное значение не вырождено. Следующее по величине собственное значение, соответствующее $l = 6$, уже трижды вырождено.

При решении тестовой задачи точечные заряды, моделирующие искомое поле с помощью МТИ, равномерно располагались на поверхности вспомогательного куба со стороной L_q=1,3L. Заряд Q, создающий известное поле $U_0\left(r\right)$, располагался на оси X на расстоянии ρ=L от центра куба.

На рис. 2 приведены графики зависимости относительной погрешности МТИ от относительного отклонения параметра Гельмгольца от собственного значения. По оси абсцисс откладывается величина $(\lambda–\lambda_0)/\lambda_0$, где λ_0 — тестируемое собственное значение краевой задачи. Вычисления проводились при количестве зарядов, моделирующих поле, N=600.

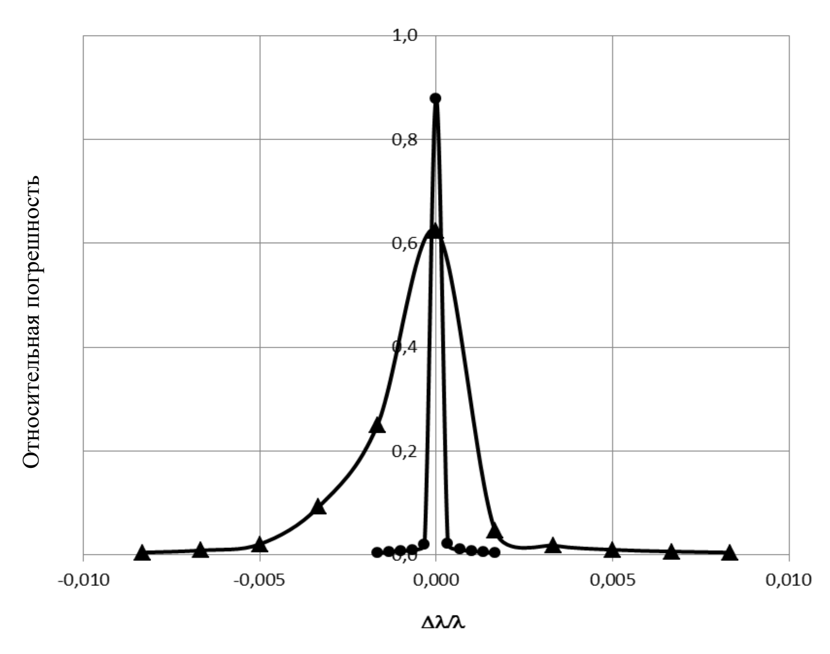


Рис. 2. Зависимости относительной погрешности МТИ от относительной величины параметра λ

На рис. 2 кривая с круглыми маркерами получена для первого по величине собственного значения, при l=3; кривая с треугольнами маркерами — для следующего собственного значения, соответствующего l=6. Как видно из рис. 2, кривая, соответствующая первому собственному значению имеет более резкий и более высокий максимум, чем соответствующая кривая, полученная для второго собственного значения. Для последующих собственных значений максимумы на соответствующих кривых становятся все более размытыми и менее выраженными.

Тестовый пример нахождения собственных функций. После того как собственное значение, например λ_{01}, найдено, находится собственная функция краевой задачи (7). При этом необходимо иметь возможность контролировать погрешность получаемого результата. Для оценки погрешности собственной функции $u(r)$, полученной с помощью МТИ, сначала производится нормировка этой функции и известной собственной функции (9), путем деления этих функций на их максимальные значения в области решения краевой задачи. После этого оценивается величина

$$\varepsilon = \max_{r\in\Omega}\left|u\left(r\right) - u_{0m}^{(1)}\left(r\right)\right|.$$

На рис. 3 приведены зависимости погрешности МТИ для собственных функций от количества зарядов N, моделирующих поле. Приведены зависимости, полученные для λ_{01} (кривые с круглыми маркерами), для λ_{03} (кривые с треугольными маркерами) и для λ_{04} (кривые с квадратными маркерами).

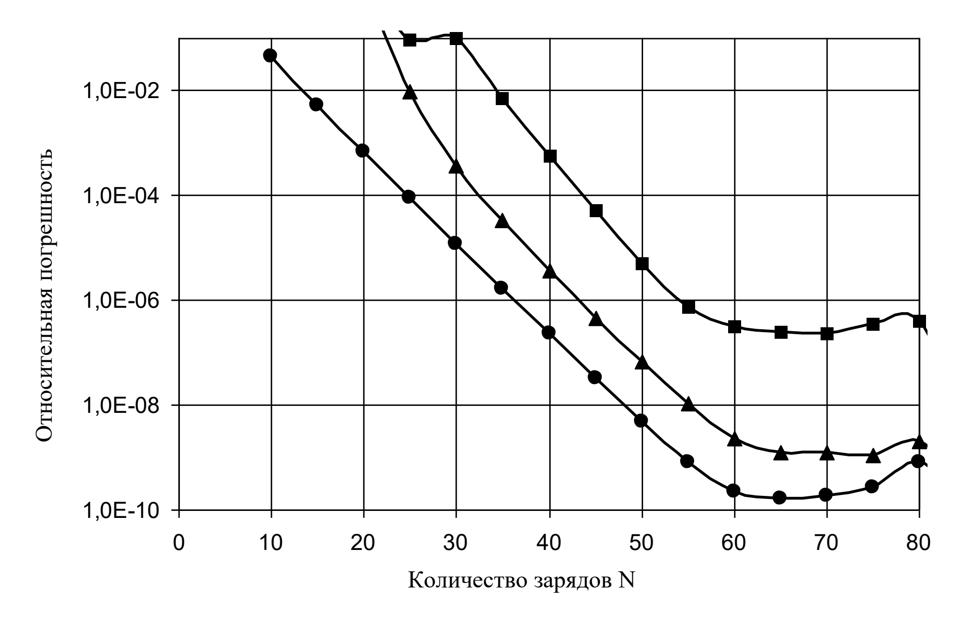


Рис. 3. Зависимости погрешности МТИ для собственных функций от количества зарядов N, моделирующих поле

Как проиллюстрировано на рис. 3, относительные погрешности МТИ для собственных функций оказываются весьма малыми (вплоть до 10^{-10}). Видно также экспоненциально быстрое убывание погрешности с ростом числа зарядов N, характерное для МТИ. Наименьшая погрешность наблюдается при наименьшем собственном значении. Для λ_{04} погрешность МТИ оказывается на несколько порядков выше, чем для λ_{01}, оставаясь при этом достаточно низкой (порядка 10^{-6} при N=55).

Как отмечалось выше, собственным значениям λ_{nm} с n>0, соответствуют две собственные функции (8). При вычислении собственных функций (7) с помощью МТИ находится одна из них, либо их линейная комбинация. Это зависит от используемого известного решения $U_0(r)$, т.е. от положения заряда Q, создающего поле $U_0(r)$.

На рис. 4 приведен *Screenshot* с экрана компьютера, на котором приведены графики распределения значений собственных функций вдоль оси X от центра области решения до ее границы. Параметр λ полагался близким к собственному значению λ_{12}.

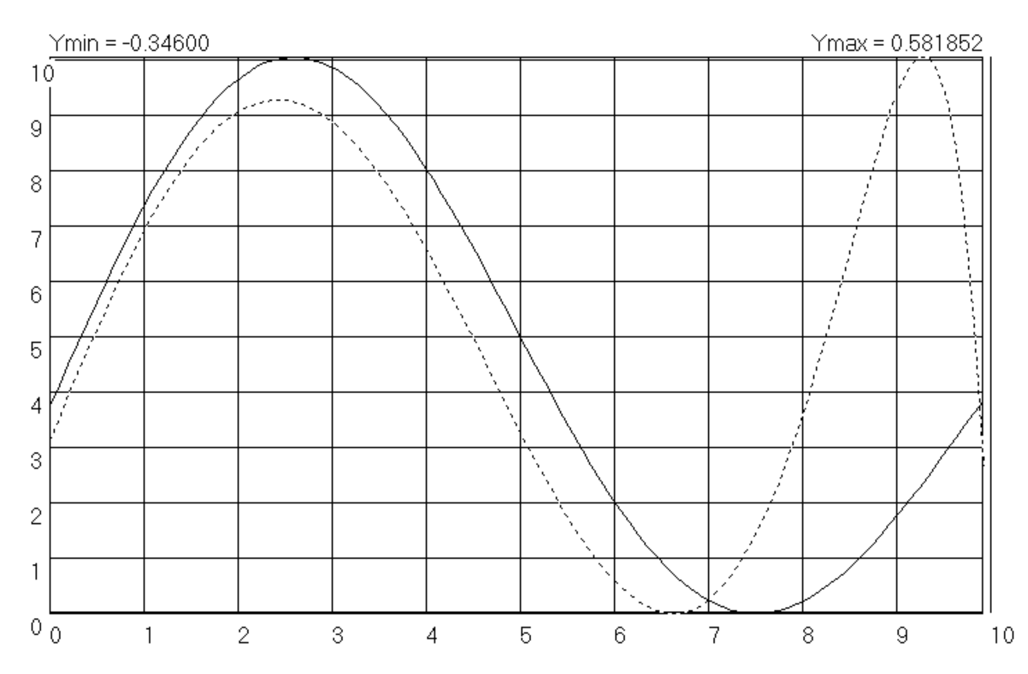


Рис. 4. Screenshot с экрана компьютера, на котором приведены графики распределения значений собственных функций вдоль оси X от центра области решения до ее границы

Сплошная кривая на рис. 4 соответствует точной величине собственного значения λ_{12}. При этом кривая, полученная с помощью МТИ, сливается с графиком аналитического решения $u_{12}^{(1)}(r)$. Однако небольшое изменение параметра λ приводит к заметному искажению численного решения, как это видно из рис. 4, на котором пунктирная кривая получена при $\lambda=1{,}01\lambda_{12}$.

При моделировании собственных функций, как и ранее, заряд *Q*, создающий поле $U_0(r)$, располагался на оси *X* на расстоянии $\rho=2r_0$ от центра области Ω. При этом была получена собственная функция $u_{12}^{(1)}(r)$. При переносе заряда *Q*, создающего поле $U_0(r)$, на ось *Y*, моделируется собственная функция $u_{12}^{(2)}(r)$. Это связано с тем, что симметрия собственной функции согласуется с симметрией поля $U_0(r)$.

При решении трехмерной краевой задачи в объеме куба выбор расположения заряда *Q*, создающего поле $U_0(r)$, также определяет ту или иную собственную функцию. Например, для второго собственного значения, при расположении заряда *Q* на оси *X*, находится собственная функция $u_{211}(x,y,z)$. Для нахождения собственной функции $u_{121}(x,y,z)$ заряда *Q* необходимо располагать на оси *Y*, а для функции $u_{112}(x,y,z)$ — на оси *Z*.

Заключение. Приведенные выше примеры решения тестовых задач свидетельствуют об эффективности использования МТИ при решении задач на нахождение собственных значений и собственных функций для уравнения Гельмгольца. Учитывая, что при решении этих задач моделирование полей может производиться с помощью небольшого числа точечных зарядов (не более нескольких десятков при решении двумерных задач, нескольких сотен — для трехмерных задач) следует признать этот метод очень экономичным. Трудности, связанные с вырожденностью собственных значений, легко преодолеваются путем использования нескольких различных известных решений $U_0(r)$, которые не обязательно должны соответствовать полю точечного заряда, но должны согласовываться с симметрией искомой собственной функции.

Библиографический список

1. Fairweather, G. The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems / G. Fairweather, A. Karageorghis // Ad. Vol. Comput. Math. — 1998. — Vol. 9. — P. 69–95.

2. Alves, C. J. S. A new method of fundamental solutions applied to nonhomogeneous elliptic problems / C. J. S. Alves, C. S. Chen // Advances in Computational Mathematics. — 2005. — Vol. 23. — P. 125–142.

3. Князев, С. Ю. Устойчивость и сходимость метода точечных источников поля при численном решении краевых задач для уравнения Лапласа / С. Ю. Князев // Изв. вузов. Электромеханика. — 2010. — № 1. — С. 3–12.

4. Князев, С. Ю. Численное решение краевых задач для уравнения Пуассона методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Енгибарян // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14., № 2 (77). — С. 15–20.

5. Князев, С. Ю. Решение трехмерных краевых задач для уравнений Лапласа с помощью метода дискретных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2015. — № 5. — С. 25–30.

6. Бахвалов, Ю. А. Погрешность метода точечных источников при моделировании потенциальных полей в областях с различной конфигурацией / Ю. А. Бахвалов, С. Ю. Князев, А. А. Щербаков, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2012. — № 5. — С. 17–21.

7. Князев, С. Ю. Сравнительный анализ двух вариантов метода коллокаций при численном моделировании потенциальных полей / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. Н. Заиченко // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2014. — № 1. — С. 17–19.

8. Князев, С. Ю. Решение задач тепло и массопереноса с помощью метода точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е.Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2006. — № 4. — С. 43–47.

9. Князев, С. Ю. Моделирование полей упругих деформаций с применением метода точечных источников / С. Ю. Князев, В. Н. Пустовойт, Е. Е. Щербакова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15., № 1 (80). — С. 29–38.

10. Князев, С. Ю. Моделирование трехмерных полей упругих деформаций с помощью метода точечных источников / С. Ю. Князев, В. Н. Пустовойт, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15., № 4 (83). — С. 13–23.

11. Князев, С. Ю. Сравнительный анализ различных вариантов использования метода точечных источников поля при моделировании температурных полей / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков // Физико-математическое моделирование систем : материалы XII междунар. семинара. — Воронеж, 2014. — С. 52–56.

12. Лунин, Л. С. Исследование стабильности термомиграции ансамбля линейных зон с помощью трехмерной компьютерной модели, построенной на основе метода точечных источников поля / Л. С. Лунин, С. Ю. Князев, Б. М. Середин, А. С. Полухин, Е. Е. Щербакова // Вестник Южного научного центра. — 2015. — Т. 11, № 4. — С. 9–15.

13. Князев, С. Ю. Математическое моделирование полей упругих деформаций методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков // Математические методы в технике и технологиях. — 2015. — № 5 (75). — С. 21–23.

14. Князев, С. Ю. Компьютерное моделирование потенциальных полей методом точечных источников / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. А. Щербаков. — Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2012. — 156 с.

15. Князев, С. Ю. Метод точечных источников для компьютерного моделирования физических полей в задачах с подвижными границами: дис. …доктора техн. наук / С. Ю. Князев. — Новочеркасск, 2011. — 342 с.

16. Князев, С. Ю. Численное исследование стабильности термомиграции плоских зон / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2007. — № 1. — С. 14–19.

17. Бахвалов, Ю. А. Математическое моделирование физических полей методом точечных источников / Ю. А. Бахвалов, С. Ю. Князев, А. А. Щербаков // Известия Российской академии наук. Серия физическая. — 2008. — Т. 72., № 9. — С. 1259–1261.

18. Князев, С. Ю. Численное решение уравнений Пуассона и Гельмгольца с помощью метода точечных источников / С. Ю. Князев // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2007. — № 2. — С. 77–78.

19. Князев, С. Ю. Численное решение краевых задач для неоднородных уравнений Гельмгольца методом точечных источников поля / С. Ю. Князев, Е. Е. Щербакова, А. Н. Заиченко // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2014. — № 4. — С. 14–19.

20. Абрамовиц, А. Справочник по специальным функциям / А. Абрамовиц, И. Стиган. — Москва : Наука, 1979. — 832 с.

21. Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. — Москва : Физматлит, 2001. — 576 с.

References

1. Fairweather, G., Karageorghis, A. The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems. Ad. Vol. Comput. Math., 1998, vol. 9, pp. 69–95.

2. Alves, C.J.S., Chen, C.S. A new method of fundamental solutions applied to nonhomogeneous elliptic problems. Advances in Computational Mathematics, 2005, vol. 23, pp. 125–142.

3. Knyazev S.Y. Ustoychivost' i skhodimost' metoda tochechnykh istochnikov polya pri chislennom reshenii kraevykh zadach dlya uravneniya Laplasa. [Stability and Convergence of Point-Source Field Method at Numerical Solution to Boundary Value Problems for Laplace Equation]. Russian Electromechanics, 2010, no. 1, pp. 3–12 (in Russian).

4. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E., Yengibaryan, A.A. Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya uravneniya Puassona metodom tochechnykh istochnikov polya. [Numerical solution of the boundary problems with Poisson equation by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2014. Vol. 14. No. 2(77). pp. 15–20 (in Russian).

5. Knyazev S.Y., Shcherbakova E.E. Reshenie trekhmernykh kraevykh zadach dlya uravneniy Laplasa s pomoshch'yu metoda diskretnykh istochnikov polya. [The Decision of the Three-Dimensional Boundary Value Problems for the Laplace Equation Using the Method of Discrete Sources of the Field.] Russian Electromechanics, 2015, no. 5, pp. 25–30 (in Russian).

6. Bakhvalov, Y.A., Knyazev, S.Y., Shcherbakov, A.A., Shcherbakova, E.E. Pogreshnost' metoda tochechnykh istochnikov pri modelirovanii potentsial'nykh poley v oblastyakh s razlichnoy konfiguratsiey. [Errors of Point Source Method under Simulation of Potential Fields in Areas with Different Shape Configuration.] Russian Electromechanics, 2012, no. 5, pp. 17–21 (in Russian).

7. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E., Zaichenko, A.N. Sravnitel'nyy analiz dvukh variantov metoda kollokatsiy pri chislennom modelirovanii potentsial'nykh poley. [A Comparative Analysis of the Two Variants of the Collocation in Numerical Modeling of Potential Fields.] Russian Electromechanics, 2014, no. 1, pp. 17–19 (in Russian).

8. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E. Reshenie zadach teplo i massoperenosa s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov polya. [Solving problems of heat and mass transfer by the point source method.]University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2006, no. 4, pp. 43–47 (in Russian).

9. Knyazev, S.Y., Pustovoyt, V.N., Shcherbakova, E.E. Modelirovanie poley uprugikh deformatsiy s primeneniem metoda tochechnykh istochnikov. [Modeling the elastic strain fields by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 1(80), pp. 29– 38 (in Russian).

10. Knyazev, S.Y., Pustovoyt, V.N., Shcherbakova, E.E. Modelirovanie trekhmernykh poley uprugikh deformatsiy s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov. [Modeling of three-dimensional elastic strain fields by point-source method.] Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 4 (83), pp. 13–23 (in Russian).

11. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E., Shcherbakov, A.A. Sravnitel'nyy analiz razlichnykh variantov ispol'zovaniya metoda tochechnykh istochnikov polya pri modelirovanii temperaturnykh poley. [A comparative analysis of various variants of the point source method application in the temperature field simulation.] Physical and mathematical system modeling: Proc. XII Int. Workshop. Voronezh, 2014, pp. 52–56 (in Russian).

12. Lunin, L.S., Knyazev, S.Y., Seredin, B.M., Polukhin, A.S., Shcherbakova, E.E. Issledovanie stabil'nosti termomigratsii ansamblya lineynykh zon s pomo-shch'yu trekhmernoy komp'yuternoy modeli, postroennoy na osnove metoda tochechnykh istochnikov polya. [The study of stability of thermomigration of an ensemble of linear zones using a three-dimensional computer model constructed on the basis of the field point sources method.] Vestnik SSC RAS, 2015, vol. 11, number 4, pp. 9–15 (in Russian).

13. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E., Shcherbakov, A.A. Matematicheskoe modelirovanie poley uprugikh deformatsiy metodom tochechnykh istochnikov polya. [Mathematical modeling of elastic deformation fields by the point source method.] Mathematical Methods in Engineering and Technologies, 2015, no. 5 (75), pp. 21–23 (in Russian).

14. Knyazev S.Y., Shcherbakova E.E., Shcherbakov A.A. Komp'yuternoe modelirovanie potentsial'nykh poley metodom tochechnykh istochnikov. [Computer modeling of potential fields by the point source method.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2012, 156 p. (in Russian).

15. Knyazev, S.Y. Metod tochechnykh istochnikov dlya komp'yuternogo modelirovaniya fizicheskikh poley v zadachakh s podvizhnymi granitsami: dis. …doktora tekhn. nauk. [Point source method for computer modeling of physical fields in moving boundary problems: Dr.Sci. (Eng.) diss.] Novocherkassk, 2011, 342 p. (in Russian)

16. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E. Chislennoe issledovanie stabil'nosti termomigratsii ploskikh zon. [Numerical study of thermomigration stability of flat bands.] Russian Electromechanics, 2007, no. 1, pp. 14–19 (in Russian).

17. Bakhvalov, Y.A., Knyazev, S.Y., Shcherbakov, A.A. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh poley metodom tochechnykh istochnikov. [Mathematical modeling of physical fields by a method of dot sources.] Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 2008, vol. 72, no. 9, pp. 1259–1261 (in Russian).

18. Knyazev, S.Y. Chislennoe reshenie uravneniy Puassona i Gel'mgol'tsa s pomoshch'yu metoda tochechnykh istochnikov. [Numerical solution of Poisson and Helmholtz equations using the point source method.] Russian Electromechanics, 2007, no. 2, pp. 77–78 (in Russian).

19. Knyazev, S.Y., Shcherbakova, E.E., Zaichenko, A.N. Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya neodnorodnykh uravneniy Gel'mgol'tsa metodom tochechnykh istochnikov polya. [Numerical solution for inhomogeneous Helmholtz equation by the point source method.] Russian Electromechanics, 2014, no. 4, pp. 14–19 (in Russian).

20. Abramowitz, A., Stegun, L. Spravochnik po spetsial'nym funktsiyam. [Handbook of Mathematical Functions.]. Moscow, Nauka, 1979, 832 p. (in Russian).

21. Polyanin, A.D. Spravochnik po lineynym uravneniyam matematicheskoy fiziki. [Handbook of linear equations in mathematical physics.] Moscow, Fizmatlit, 2001, 576 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 03.04.2016
Сдана в редакцию 04.04.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.6 DOI 10.12737/20944

Математическое моделирование фильтрации двухфазной сжимаемой жидкости на основе модифицированного адаптивного метода минимальных поправок*

А. И. Сухинов[1], Л. А. Григорян[2], А. А. Сухинов[3]**
[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2] Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь, Российская Федерация
[3] Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Mathematical modeling of two-phase compressible fluid filtration based on modified adaptive method of minimum amendments***

A. I. Sukhinov[1], L. A. Grigoryan[2], A. A. Sukhinov[3]**
[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] North Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation
[3] Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является построение и исследование адаптивного метода минимальных поправок (МАММП), предназначенного для численного моделирования процессов фильтрации двухфазной сжимаемой жидкости в пористых средах. Описанный подход позволяет преодолеть известные ограничения использования других методов решения сеточных уравнений, определяемые такими условиями, как: значительные перепады давления, действующего на нефтеводоносный пласт; сжимаемость среды при значительном содержании газа в нефтяной фазе.В качестве основы исследования выбран метод аппроксимации — явный для определения функции водонасыщенности и неявный для расчета функции давления.При постановке начально-краевой задачи и ее дискретизации рассмотрен процесс фильтрации сжимаемой двухфазной жидкости в пространственно-трехмерной области с боковой поверхностью, ограниченной снизу поверхностью подошвы пласта, а сверху — поверхностью его кровли. Построен двухслойный итерационный метод вариационного типа — модифицированный метод минимальных поправок, адаптированный для решения сеточных уравнений двухфазной сжимаемой жидкости с несамосопряженным оператором при самых общих предположениях относительно свойств оператора сеточной задачи. Показано, что МАММП обладает асимптотической скоростью сходимости, характерной для «классического» ПТМ, не использующего технику чебышевского ускорения и применяемого для задач с самосопряженным оператором. Численные эксперименты подтвердили высокую эффективность МАММП. Установлено, что для достижения заданной точности число итераций при МАММП сокращается в 3–20 раз по сравнению с методом Зейделя и методом верхней релаксации.

Ключевые слова: задачи фильтрации двухфазных сжимаемых жидкостей, сеточные уравнения, несамосопряженный оператор, адаптивный метод минимальных поправок.

The work objective is to build and investigate the modified adaptive method of minimum amendments (MAMMA) which is destined for the numerical simulation of the two-phase compressible fluid filtration in porous media. This approach allows overcoming the known use limitations of other methods of the finite-difference equations solution, such as: crucial differential pressures acting on the oil-and-water bearing formation; and the compressibility of the medium at the considerable gas content in the oil phase. An approximation method – an explicit one for defining the function of water saturation, and an implicit one for the pressure function computation – is selected as the research basis. When setting the initial boundary value problem and its sampling, the process of the two-phase compressible fluid filtration in the space-dimensional domain with the lateral area bounded below by the subface of stratum, and above – by the bed top, is considered. A two-layer iterative method of the variational type – a modified method of minimal amendments adapted for solving finite-difference equations of the two-phase compressible fluid with a non-selfadjoint operator under the most general assumptions on the properties of the grid-problem operator is built. It is shown that a MAMMA has the asymptotic convergence rate characteristic of the “classical” alternate triangular method that does not use the Chebyshev acceleration technique and can be applied to the problems with a self-adjoint operator. Numerical experiments have confirmed the high efficiency of MAMMA. It is established that to achieve the specified accuracy, the number of iterations at the MAMMA reduces to 3-20 times as compared to the method of Seidel and the overrelaxation method.

Keywords: two-phase compressible fluid filtration problems, finite-difference equations, non-selfadjoint operator, adaptive method of minimum amendments.

* Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ: № 15-01-08619, № 16-07-00100, № 15-07-08408, № 15-07-08626.
** E-mail: sukhinov@gmail.com, honey.lusine@mail.ru, andreysukhinov@gmail.com
*** The research is supported by RFFI grants (nos. 15-01-08619, 16-07-00100, 15-07-08408, 15-07-08626).

Введение. Адаптивный метод минимальных поправок (МАММП) предназначен для численного моделирования процессов фильтрации двухфазной сжимаемой жидкости в пористых средах. Такие процессы являются базовыми в задачах проектирования разработок нефтяных месторождений в ряде случаев. Во-первых, если нефтеводоносный пласт находится под воздействием давления, изменяющегося значительным образом (в несколько раз или даже на один-два порядка). Во-вторых, если нефтяная фаза имеет значительное содержание газа и необходимо учитывать сжимаемость среды. В этих условиях дифференциальный оператор уравнения для определения давления становится несамосопряженным, что приводит к несамосопряженности оператора сеточной задачи. Для задач фильтрации сжимаемой жидкости в самой общей постановке также не является ограниченным сеточное число Пекле. Эти особенности задач фильтрации двухфазной сжимаемой жидкости существенно ограничивают возможности использования эффективных методов решения сеточных уравнений (таких, как предложенный авторами ранее усовершенствованный попеременно-треугольный метод, ПТМ). В качестве примеров можно привести численное решение задач фильтрации несжимаемой жидкости с самосопряженным оператором, а также уравнений с несамосопряженными операторами и ограниченным значением сеточного числа Пекле.

В данной работе, как и в [1], авторы ориентируются на метод аппроксимации — явный для определения функции водонасыщенности и неявный для расчета функции давления (*IMPES*-метод) [2]. В этом случае в построении и численной реализации дискретной модели для определения функции давления возникают дополнительные трудности, связанные с изменением плотности более сжимаемой нефтяной фазы. Это, в свою очередь, приводит к изменению свойств оператора уравнения — он становится несамосопряженным [3], [4], и в общем случае невозможно гарантировать ограниченность сверху величины сеточного числа Пекле, например, константой 2. Поэтому ни один из вариантов ПТМ, построенного в работах [1], [5], [6], не пригоден для численной реализации модели. Сравнение построенного метода с употребительными подходами к решению сеточных уравнений для восстановления функции давления (метод Зейделя, метод верхней релаксации) показывает существенное преимущество модифицированного адаптивного метода минимальных поправок (МАММП). Выигрыш в числе итераций составляет 3–40 раз в зависимости от числа ячеек используемых сеток, что позволяет использовать МАММП в качестве базового алгоритма решения сеточных задач проектирования разработок нефтяных месторождений.

1. Постановка начально-краевой задачи и ее дискретизация. Как и в [1], рассмотрим процесс фильтрации сжимаемой двухфазной жидкости в пространственно-трехмерной области G с боковой поверхностью $\Sigma(x,y)$, $(x,y)\in\Gamma$, $\Gamma=\bar{D}\setminus D$, ограниченной снизу поверхностью подошвы пласта

$$z=H_b(x,y),\quad (x,y)\in D,\quad D\in R^2,$$

а сверху — поверхностью кровли пласта

$$z=H_r(x,y),\quad (x,y)\in D.$$

Запишем уравнения неразрывности для каждой из двух фаз в отдельности в дивергентной форме.

$$\frac{\partial(m\rho_i s_i)}{\partial t}+div\left(\rho_i \vec{u_i}\right)=-\rho_i q_i,\quad i=1,2, \tag{1}$$

где индексы $i=1,2$ обозначают соответственно нефтяную и водную фазы; ρ_i, s_i — плотность и насыщенность соответствующих фаз; $\vec{u_i}$ — скорость их фильтрации; q_i — мощность объемных источников (стоков) каждой из фаз.

Будем ориентироваться на закон Дарси, который запишем в виде уравнений для каждой из фаз в отдельности:

$$\begin{gathered}\vec{u_i}=-\vec{k}\cdot\frac{f_i}{\mu_i}\left(\overrightarrow{gradp}-\rho_i\vec{g}\right),\quad i=1,2,\\ \vec{k}=\left(k_h,k_h,k_v\right)^T,\end{gathered} \tag{2}$$

где $\vec{k}$ — коэффициент абсолютной проницаемости; $f_i=f_i(s_2)$ — относительная проницаемость соответствующей фазы; $\vec{g}$ — вектор ускорения свободного падения; $\vec{k}\cdot\overrightarrow{gradp}=\left(k_h\frac{\partial p}{\partial x},k_h\frac{\partial p}{\partial x},k_v\frac{\partial p}{\partial z}\right)^T$, $\vec{k}\cdot\vec{g}=\left(0,0,k_v g\right)^T$.

Уравнения (1) и (2) дополняются уравнениями состояния для каждой из фаз:

$$\rho_i=\rho_{0i}\left[1+\beta_i\left(p-p_0\right)\right],\quad i=1,2, \tag{3}$$

где ρ_{0i}, p_0 — соответственно характерные значения плотности и давления, β_i — коэффициенты сжимаемости сред.

Предположим, для определения функций $f_1(s_2)$ и $f_2(s_2)$ используются многочлены третьего порядка относительно функции водонасыщенности s_2 [2]. Чтобы получить уравнение для определения давления, подставим в каждое из двух уравнений (1) выражение для скорости фильтрации соответствующей фазы из уравнений (2). Таким образом, придем к соотношениям

$$\frac{\partial(\rho_1 m s_1)}{\partial t} = div\left(\frac{\rho_1 f_1(s_2)}{\mu_1}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}p - \rho_1\vec{g}\right)\right) - \frac{q_1}{m}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 m s_2)}{\partial t} = div\left(\frac{\rho_2 f_2(s_2)}{\mu_2}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}p - \rho_2\vec{g}\right)\right) - \frac{q_2}{m}. \quad (5)$$

Разделим уравнение (4) на произведение функций $m\rho_1$, а уравнение (5) — на $m\rho_2$ с учетом уравнений (2). Складывая преобразованные уравнения, получим:

$$\left(\frac{s_1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dp} + \frac{s_2}{\rho_2}\frac{d\rho_2}{dp}\right)\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{m\rho_1}div\left(\frac{\rho_1 f_1(s_2)}{\mu_1}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}p - \rho_1\vec{g}\right)\right) + \frac{1}{m\rho_2}div\left(\frac{\rho_2 f_2(s_2)}{\mu_2}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}p - \rho_2\vec{g}\right)\right) - \frac{q_1}{\rho_1 m} - \frac{q_2}{\rho_2 m}. \quad (6)$$

При естественном характере сжимаемости имеет место неравенство

$$\frac{d\rho_i}{dp} > 0, \quad i = 1,2. \quad (7)$$

При этом условии соотношение (7) является уравнением параболического типа, содержащим в общем случае младшие производные (первого порядка по пространственным переменным) относительно плотности. Учитывая (3), уравнение содержит первые производные относительно давления, а также переменные множители вида $1/m\rho_i$, $i = 1,2$ при операторах

$$div\left(\frac{\rho_i f_i(s_2)}{\mu_i}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}p - \rho_i\vec{g}\right)\right), \quad i = 1,2\,.$$

Итак, дифференциальный оператор в правой части уравнения (6) является несамосопряженным [3]. Получена система выражений, включающая уравнение (5) или вместо него — (4), уравнение (6), уравнение состояния (3). К данной системе необходимо добавить соответствующие начальные и граничные условия, сформулированные в [1], а также уравнение (4). Для численной реализации данной модели целесообразно провести линеаризацию задачи (по временной переменной), выделить в операторе задачи на верхнем временном слое симметричную и кососимметричную части, а затем выполнить дискретизацию. Построим неравномерную временную сетку:

$$\hat{\omega}_\tau = \left\{t_n = \sum_{K=1}^{n}\tau_K,\ 1 \le n \le N\right\}.$$

Для водонасыщенности s_2 опустим нижний индекс и построим явное разностное уравнение (по времени). Будем считать пористость m не зависящей от давления.

Из уравнения состояния (3) получено равенство

$$\frac{s_1}{\rho_1}\frac{d\rho_1}{dp} + \frac{s_2}{\rho_2}\frac{d\rho_2}{dp} = \frac{(1-s)\beta_1}{1+\beta_1(p-p_0)} + \frac{s\beta_2}{1+\beta_2(p-p_0)}. \quad (8)$$

Преобразуем первое слагаемое в правой части уравнения (7), выполняя линеаризацию на временной сетке $\hat{\omega}_\tau$. При этом отнесем линеаризованные коэффициенты на нижний временной слой ($t = t_n$), а члены, определяющие давление, — на верхний временной слой. Для определенности $t = t_{n+1}$ в следующих ниже выражениях эти члены отмечены символом «^» над функциями).

$$\frac{1}{m\rho_1}div\left(\frac{\rho_1 f_1(s)}{\mu_1}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}\hat{p} - \hat{\rho}_1\vec{g}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{m\rho_1}\rho_1 div\left(\frac{f_1(s)}{\mu_1}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}\hat{p} - \rho_{01}\left[1+\beta_1(\hat{p}-p_0)\right]\vec{g}\right)\right) +$$

$$+\left(\rho_{01}\beta_1\frac{f_1(s)}{\mu_1}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}\hat{p}\cdot div\rho_1 - \rho_{01}\left[1+\beta_1(\hat{p}-p_0)\right]\vec{g}\cdot div\rho_1\right)\right) =$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{m} div\left(\frac{f_1(s)}{\mu_1}\vec{k}\cdot \overrightarrow{grad}\hat{p}\right) - \frac{\beta_1\rho_{01}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_1(s)}{\mu_1}\left(\hat{p}-p_0\right)\right) - \\
&-\frac{\rho_{01}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_1(s)}{\mu_1}\right) + k_h\frac{\beta_1\rho_{01}}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + k_h\frac{\beta_1\rho_{01}}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + \\
&+k_v\frac{\beta_1\rho_{01}}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial z}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial z} - k_v\frac{\rho_{01}^2\beta_1 g}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\left[1+\beta_1\left(\hat{p}-p_0\right)\right]\frac{\partial p}{\partial z} = \\
&= \frac{1}{m}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k_h\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_h\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial \hat{p}}{\partial z}\right)\right) + \\
&+k_h\frac{\beta_1\rho_{01}}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + k_h\frac{\beta_1\rho_{01}}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + k_v\frac{\beta_1\rho_{01}}{m}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\left(\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial p}{\partial z} - g\right)\frac{\partial \hat{p}}{\partial z} - \\
&-\frac{\beta_1\rho_{01}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_1(s)}{\mu_1}\right)\hat{p} - k_v\frac{\rho_{01}^2\beta_1^2 g}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial z}\hat{p} + \\
&+k_v\frac{\rho_{01}^2\left(\beta_1 p_0 - 1\right)g}{m\rho_1}\frac{f_1(s)}{\mu_1}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\left(\beta_1 p_0 - 1\right)\rho_{01}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_1(s)}{\mu_1}\right).
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Аналогично предыдущему приходим к равенству:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{m\rho_2} div\left(\frac{\rho_2 f_2(s)}{\mu_2}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}\hat{p} - \hat{\rho}_2\vec{g}\right)\right) = \\
&= \frac{1}{m}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k_h\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_h\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial \hat{p}}{\partial z}\right)\right) + \\
&+k_h\frac{\beta_2\rho_{02}}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + k_h\frac{\beta_2\rho_{02}}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + k_v\frac{\beta_2\rho_{02}}{m}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\left(\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial p}{\partial z} - g\right)\frac{\partial \hat{p}}{\partial z} - \\
&-\frac{\beta_2\rho_{02}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_2(s)}{\mu_2}\right)\hat{p} - k_v\frac{\rho_{02}^2\beta_2^2 g}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial z}\hat{p} + \\
&+k_v\frac{\rho_{02}^2\left(\beta_2 p_0 - 1\right)g}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\left(\beta_2 p_0 - 1\right)\rho_{02}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_2(s)}{\mu_2}\right).
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Подставляя (8), (9) и (10) в соотношение (6), получаем линеаризованное дифференциально-разностное уравнение относительно давления с младшими производными:

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{(1-s)\beta_1}{1+\beta_1\left(p-p_0\right)} + \frac{s\beta_2}{1+\beta_2\left(p-p_0\right)}\right)\frac{\hat{p}-p}{\tau_{n+1}} = \\
&= \sum_{i=1}^{2}\left[\frac{1}{m}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k_h\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_h\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial \hat{p}}{\partial z}\right)\right) + \right.\\
&+k_h\frac{\beta_i\rho_{0i}}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + k_h\frac{\beta_i\rho_{0i}}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + k_v\frac{\beta_i\rho_{0i}}{m}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p}{\partial z} - g\right)\frac{\partial \hat{p}}{\partial z} - \\
&-\frac{\beta_i\rho_{0i}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_i(s)}{\mu_i}\right)\hat{p} - k_v\frac{\rho_{0i}^2\beta_i^2 g}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial z}\hat{p} + \\
&\left.+k_v\frac{\rho_{0i}^2\left(\beta_i p_0 - 1\right)g}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\left(\beta_i p_0 - 1\right)\rho_{0i}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_i(s)}{\mu_i}\right) - \frac{\hat{q}_i}{\rho_i m}\right].
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Для функции водонасыщенности построим на временной сетке явное относительно s уравнение:

$$
\frac{m\left(\hat{\rho}_2\hat{s} - \rho_2 s\right)}{\tau_{n+1}} = div\left(\frac{\rho_2 f_2(s)}{\mu_2}\vec{k}\cdot\left(\overrightarrow{grad}\hat{p} - \hat{\rho}_2\vec{g}\right)\right) - \frac{\hat{q}_2}{m},
$$

которое можно переписать в развернутом виде:

$$\frac{\hat{\rho}_2\hat{s}-\rho_2 s}{\tau_{n+1}}=\frac{1}{m}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k_h\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial\hat{p}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_h\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial\hat{p}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial\hat{p}}{\partial z}\right)\right)+$$
$$+k_h\frac{\beta_2\rho_{02}}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial\hat{p}}{\partial x}+k_h\frac{\beta_2\rho_{02}}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial\hat{p}}{\partial y}+k_v\frac{\beta_2\rho_{02}}{m}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\left(\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial p}{\partial z}-g\right)\frac{\partial\hat{p}}{\partial z}-$$
$$-\frac{\beta_2\rho_{02}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_2(s)}{\mu_2}\right)\hat{p}-k_v\frac{\rho_{02}{}^2\beta_2{}^2 g}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial z}\hat{p}+ \tag{12}$$
$$+k_v\frac{\rho_{02}{}^2(\beta_2 p_0-1)g}{m\rho_2}\frac{f_2(s)}{\mu_2}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{(\beta_2 p_0-1)\rho_{02}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_2(s)}{\mu_2}\right)-\frac{\hat{q}_2}{\rho_2 m}.$$

Для вычисления плотностей водной среды на нижнем и верхнем временных слоях используем уравнения состояния вида (3):

$$\hat{\rho}_2=\rho_{02}\left[1+\beta_2\left(\hat{p}-p_2\right)\right],$$
$$\rho_2=\rho_{0i}\left[1+\beta_2\left(p-p_2\right)\right]. \tag{13}$$

Начальные условия для давления, которые требуются для решения уравнений (11) и (12) на первом временном слое, рассчитываются, исходя из гидростатического приближения и известного (раздельного) распределения двух фаз до начала процесса фильтрации, с заданной границей раздела двух фаз. Кратко обсудим дискретизацию по пространству полученных дифференциально-разностных уравнений (11), (12). Дифференциальные операторы, входящие в выражения вида:

$$\left(\frac{(1-s)\beta_1}{1+\beta_1(p-p_0)}+\frac{s\beta_2}{1+\beta_2(p-p_0)}\right)\frac{\hat{p}}{\tau_{n+1}}+$$
$$+\sum_{i=1}^{2}\left[\frac{\beta_i\rho_{0i}g}{m}\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_i(s)}{\mu_i}\right)\hat{p}+k_v\frac{\rho_{0i}{}^2\beta_i{}^2 g}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial z}\hat{p}-\right. \tag{14}$$
$$\left.-\frac{1}{m}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k_h\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial\hat{p}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_h\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial\hat{p}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial\hat{p}}{\partial z}\right)\right)+\frac{\hat{q}_i}{\rho_i m}\right],$$

являются самосопряженными. Данное свойство сохраняется при использовании дискретизаций этих выражений на пространственных сетках — например, так, как это описано в [7]. Аппроксимация выражения (14) на сетке и одновременно определение самосопряженной части оператора сеточной задачи на сетке имеет вид:

$$\left(A_0\hat{P}\right)_{i,j,k}\equiv\frac{1}{h_x^2}B^{(1)}_{i-\frac{1}{2},j,k}\left(\hat{P}_{i,j,k}-\hat{P}_{i-1,j,k}\right)B^{(1)}_{i-\frac{1}{2},j,k}-$$
$$-\frac{1}{h_x^2}B^{(1)}_{i+\frac{1}{2},j,k}\left(\hat{P}_{i+1,j,k}-\hat{P}_{i,j,k}\right)+\frac{1}{h_y^2}B^{(2)}_{i,j-\frac{1}{2},k}\left(\hat{P}_{i,j,k}-\hat{P}_{i,j-1,k}\right)-$$
$$-\frac{1}{h_y^2}B^{(2)}_{i,j+\frac{1}{2},k}\left(\hat{P}_{i,j+1,k}-\hat{P}_{i,j,k}\right)+$$
$$+\frac{1}{h_z^2}\left(\hat{P}_{i,j,k}-\hat{P}_{i,j,k+1}\right)B^{(3)}_{i,j,k+\frac{1}{2}}-\frac{1}{h_z^2}\left(\hat{P}_{i,j,k-1}-\hat{P}_{i,j,k}\right)B^{(3)}_{i,j,k-\frac{1}{2}}+$$
$$+\left(\frac{\left(1-s_{i,j,k}\right)\beta_1}{1+\beta_1\left(P_{i,j,k}-p_0\right)}+\frac{s_{i,j,k}\beta_2}{1+\beta_2\left(P_{i,j,k}-p_0\right)}\right)\frac{m_{i,j,k}}{t_{n+1}}\hat{P}_{i,j,k}+$$
$$+\sum_{\alpha=1}^{2}\left[\frac{\beta_\alpha\rho_{0\alpha}g}{2h_z\mu_\alpha}\left(\frac{k_{v\,i,j,k+1}f_{\alpha\,i,j,k+1}-k_{v\,i,j,k-1}f_{\alpha\,i,j,k-1}}{2h_z}\right)\hat{P}_{i,j,k}+\right.$$
$$\left.+k_v\frac{\rho_{0i}{}^2\beta_\alpha{}^2 g}{\rho_{\alpha\,i,j,k}}\frac{f_{\alpha\,i,j,k}}{\mu_\alpha}\left(\frac{P_{i,j,k+1}-P_{i,j,k-1}}{2h_z}\right)\hat{P}_{i,j,k}\right]+$$
$$+\begin{cases}0,\\ B_{gi,j,k}\hat{P}_{i,j,k}s_{i,j,k}, & \text{если узел находится на нагнетательной скважине;}\\ B_{gi,j,k}\hat{P}_{i,j,k}, & \text{если узел находится на эксплуатационной скважине.}\end{cases} \tag{15}$$

При произвольных значениях шага по времени τ_{n+1}, а также при неизвестных заранее знаках производных вида $\frac{\partial}{\partial z}\left(k_v \frac{f_i(s)}{\mu_i}\right)$ и $\frac{\partial p}{\partial z}$ нельзя в общем случае гарантировать положительность сеточного оператора (15), аппроксимирующего соответствующий дифференциальный оператор. Достаточное условие положительности сеточного оператора, аппроксимирующего дифференциальный оператор в соотношении (14), принимает вид:

$$\tau_{n+1} \le \min_{(x_i,y_j,z_k)\in\omega} \frac{\left(\frac{\left(1-s_{i,j,k}\right)\beta_1}{1+\beta_1\left(p_{i,j,k}-p_0\right)}+\frac{s_{i,j,k}\beta_2}{1+\beta_2\left(p_{i,j,k}-p_0\right)}\right)}{\sum_{\alpha=1}^{2}\left[\frac{\beta_\alpha\rho_{0\alpha}g}{h_z m_{i,j,k}\mu_\alpha}k_{v\,i,j,k}f_{\alpha\,i,j,k}\left(1+\frac{\rho_{0\alpha}\beta_\alpha p_{i,j,k}}{\rho_{\alpha\,i,j,k}}\right)\right]} = \mathrm{O}\left(h_z\right). \quad (16)$$

Отдельно рассмотрим аппроксимации выражений в уравнении (11), содержащих производные первого порядка относительно давления на верхнем временном слое:

$$\begin{aligned} &k_h \frac{\beta_i\rho_{0i}}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial x}+k_h \frac{\beta_i\rho_{0i}}{m\rho_i}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}+ \\ &+k_v \frac{\beta_i\rho_{0i}}{m}\frac{f_i(s)}{\mu_i}\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p}{\partial z}-g\right)\frac{\partial \hat{p}}{\partial z}, \quad i=1,2. \end{aligned} \quad (17)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} &b_{\alpha,1}(x,y,z,t_n)=k_h\frac{\beta_\alpha\rho_{0\alpha}}{\rho_\alpha}\frac{f_\alpha(s)}{\mu_\alpha}\frac{\partial p}{\partial x}, \quad (x,y,z)\in G, \\ &b_{\alpha,1}(x+0{,}5h_x,y,z,t_n)=b_{\alpha,1}(x_i+0{,}5h_x,y_j,z_k,t_n), (x_i,y_j,z_k)\in\omega_h^{1-}, \\ &\omega_h^{1-}=\omega_1^{-}\times\omega_2\times\omega_3, \quad \left(\frac{\partial p(x_i+0{,}5h_x,y_j,z_k,t_n)}{\partial x}\right)\cong\frac{P_{i+1,j,k}-P_{i,j,k}}{h_x}, \\ &b_{\alpha,1}(x-0{,}5h_x,y,z,t_n)=b_1(x_i-0{,}5h_x,y_j,z_k,t_n), (x_i,y_j,z_k)\in\omega_h^{1+}, \\ &\omega_h^{1+}=\omega_1^{+}\times\omega_2\times\omega_3, \quad \left(\frac{\partial p(x_i-0{,}5h_x,y_j,z_k,t_n)}{\partial x}\right)\cong\frac{P_{i,j,k}-P_{i-1,j,k}}{h_x}, \quad \alpha=1,2, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &b_{\alpha,2}(x,y,z,t_n)=k_h\frac{\beta_2\rho_{0\alpha}}{\rho_\alpha}\frac{f_\alpha(s)}{\mu_\alpha}\frac{\partial p}{\partial y}, \quad (x,y,z)\in G, \\ &b_{\alpha,2}(x,y+0{,}5h_y,z,t_n)=b_{\alpha,2}(x_i,y_j+0{,}5h_y,z_k,t_n), (x_i,y_j,z_k)\in\omega_h^{2-}, \\ &\omega_h^{2-}=\omega_1\times\omega_2^{-}\times\omega_4, \quad \left(\frac{\partial p(x_i,y_j+0{,}5h_y,z_k,t_n)}{\partial y}\right)\cong\frac{P_{i,j+1,k}-P_{i,j,k}}{h_y}, \\ &b_{\alpha,2}(x,y-0{,}5h_y,z,t_n)=b_1(x_i,y_j-0{,}5h_y,z_k,t_n), (x_i,y_j,z_k)\in\omega_h^{2+}, \\ &\omega_h^{2+}=\omega_1\times\omega_2^{+}\times\omega_3, \quad \left(\frac{\partial p(x_i,y_j-0{,}5h_y,z_k,t_n)}{\partial y}\right)\cong\frac{P_{i,j,k}-P_{i,j-1,k}}{h_y}, \quad \alpha=1,2. \end{aligned} \quad (19)$$

$$b_{\alpha,3}\left(x,y,z,t_n\right)=k_v\beta_\alpha\rho_{0\alpha}\frac{f_\alpha\left(s\right)}{\mu_\alpha}\left(\frac{1}{\rho_\alpha}\frac{\partial p}{\partial z}-g\right),\quad \left(x,y,z\right)\in G,$$
$$b_{\alpha,3}\left(x,y,z+0,5h_z,t_n\right)=b_{\alpha,3}\left(x_i,y_j,z_k+0,5h_z,t_n\right),\left(x_i,y_j,z_k\right)\in\omega_h^{3-},$$
$$\omega_h^{3-}=\omega_1\times\omega_2\times\omega_3^-,\quad \left(\frac{\partial p\left(x_i,y_j,z_k+0,5h_z,t_n\right)}{\partial z}\right)\cong\frac{P_{i,j,k+1}-P_{i,j,k}}{h_z},\tag{20}$$
$$b_{\alpha,3}\left(x,y,z-0,5h_z,t_n\right)=b_1\left(x_i,y_j,z_k-0,5h_z,t_n\right),\left(x_i,y_j,z_k\right)\in\omega_h^{3+},$$
$$\omega_h^{3+}=\omega_1\times\omega_2\times\omega_3^+,\quad \left(\frac{\partial p\left(x_i,y_j-0,5h_z,z_k,t_n\right)}{\partial z}\right)\cong\frac{P_{i,j,k}-P_{i,j,k-1}}{h_z},\ \alpha=1,2.$$

С учетом введенных обозначений (18)–(20) сеточный аналог непрерывного выражения (17), умноженный на функцию $m_{i,j,k}$, принимает вид:

$$\left(A_1\hat{P}\right)_{i,j,k}\equiv\sum_{\alpha=1}^{2}\left[k_h\frac{\beta_\alpha\rho_{0\alpha}}{\rho_\alpha}\frac{f_\alpha\left(s\right)}{\mu_\alpha}\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial\hat{p}}{\partial x}+k_h\frac{\beta_\alpha\rho_{0\alpha}}{\rho_\alpha}\frac{f_\alpha\left(s\right)}{\mu_\alpha}\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial\hat{p}}{\partial y}+\right.$$
$$\left.+k_v\beta_\alpha\rho_{0\alpha}\frac{f_\alpha\left(s\right)}{\mu_\alpha}\left(\frac{1}{\rho_\alpha}\frac{\partial p}{\partial z}-g\right)\frac{\partial\hat{p}}{\partial z}\right]\cong\sum_{\alpha=1}^{2}\left[\frac{1}{2}\left[\left(b_{\alpha,1}\left(x+0,5h_x,y,z,t_n\right)\hat{P}_x+\right.\right.\right.$$
$$\left.+b_{\alpha,1}\left(x-0,5h_x,y,z,t_n\right)\hat{P}_{\bar{x}}\right)+\left(b_{\alpha,2}\left(x,y+0,5h_y,z,t_n\right)\hat{P}_y+b_{\alpha,2}\left(x,y-0,5h_y,z,t_n\right)\hat{P}_{\bar{y}}\right)+\tag{21}$$
$$\left.\left.\left.+\left(b_{\alpha,3}\left(x,y,z+0,5h_z,t_n\right)\hat{P}_z+b_{\alpha,3}\left(x,y,z-0,5h_z,t_n\right)\hat{P}_{\bar{z}}\right)\right]\right],$$
$$\left(x_i,y_j,z_k\right)\in\omega_1\times\omega_2\times\omega_3.$$

Таким образом, в операторном виде сеточную задачу, аппроксимирующую уравнение (11), можно записать в виде:

$$A\hat{P}\equiv A_0\hat{P}+A_1\hat{P}=f\left(P,\mathrm{s}\right),\tag{22}$$
$$A=A_0+A_1,\ A_0=A_0^*,\ A_1=-A_1^*.$$

Правые части определяются очевидным образом и отличны от нуля в узлах сетки, совпадающих со скважинами, а также в приграничных узлах сетки. Далее для простоты будем предполагать задание на границе области граничных условий первого рода.

2. Построение адаптивного метода минимальных поправок. Далее построен двухслойный итерационный метод вариационного типа — модифицированный метод минимальных поправок, адаптированный для решения сеточных уравнений двухфазной сжимаемой жидкости с несамосопряженным оператором [7] при самых общих предположениях относительно свойств оператора сеточной задачи. Требуется лишь, чтобы в явном виде были выделены симметричная и кососимметричная часть оператора сеточной задачи. Сформулируем задачу в общем виде. В конечномерном Гильбертовом пространстве H рассматривается задача на обнаружение решения операторного уравнения:

$$A\hat{P}=f,\quad A:H\to H\ ,\tag{23}$$

где A — линейный, положительно определенный оператор, определенный выше соотношениями (15), (21), (22),(A>0).

Для нахождения решения задачи (23) используем неявный итерационный процесс:

$$B\frac{\hat{P}^{m+1}-\hat{P}^m}{\alpha_{m+1}}+A\hat{P}^m=f,\quad B:H\to H\ .\tag{24}$$

Здесь m — номер итерации; $\alpha_{m+1}>0$ — итерационный параметр; B — легко обратимый оператор. Последнее означает, что обращение оператора B в (24) должно быть существенно проще, чем обращение исходного оператора A.

В нестационарном итерационном методе вариационного типа

$$B\frac{\hat{P}^{m+1}-\hat{P}^m}{\alpha_{m+1}}+A\hat{P}^m=f\tag{25}$$

итерационные параметры α_{m+1} выбираются из соображений минимизации скалярного произведения для погрешности решения в энергетическом пространстве H_D [7]:

$$z^m \equiv \hat{P}^m - \hat{P}, \quad z^{m+1} \equiv \hat{P}^{m+1} - \hat{P}, \tag{26}$$

$$(Dz^{m+1}, z^{m+1}) \to \min, \quad D = D^* > 0. \tag{27}$$

Учитывая условие (26), а также представление $z^{m+1} = z^m - \alpha_{m+1} B^{-1} A z^m$, приходим к задаче

$$(Dz^m - \alpha_{m+1} D B^{-1} A z^m, z^m - \alpha_{m+1} B^{-1} A z^m) \to \min, \tag{28}$$

которая равносильна задаче

$$(Dz^m,\ z^m) - \tau_{m+1}(DB^{-1}Az^m,\ z^m) - \tau_{m+1}(Dz^m, B^{-1}Az^m) +$$
$$+\ \tau_{m+1}^2 (DB^{-1}Az^m, B^{-1}Az^m) \to \min.$$

Минимум последнего функционала достигается при значении итерационного параметра

$$\alpha_{m+1} = \frac{(DB^{-1}Az^m, z^m) + (Dz^m, B^{-1}Az^m)}{2(DB^{-1}Az^m, B^{-1}Az^m)}. \tag{29}$$

Дальнейшее зависит от выбора энергетического пространства H_D. В частности, итерационные методы вариационного типа (27), (29), для которых $D = A^* B^{-1} A$, приводят к следующим равенствам:

$$\alpha_{m+1} = \frac{(A^* B^{-1} A B^{-1} A z^m, z^m) + (A^* B^{-1} A z^m, B^{-1} A z^m)}{2(A^* B^{-1} A B^{-1} A z^m, B^{-1} A z^m)} =$$

$$= \frac{(AB^{-1}Az^m, B^{-1}Az^m) + (A^* B^{-1} A z^m, B^{-1} A z^m)}{2(B^{-1}AB^{-1}Az^m, AB^{-1}Az^m)} =$$

$$= \frac{(AB^{-1}Az^m, B^{-1}Az^m) + (AB^{-1}Az^m, B^{-1}Az^m)}{2(B^{-1}AB^{-1}Az^m, AB^{-1}Az^m)} = \frac{(AB^{-1}Az^m, B^{-1}Az^m)}{(B^{-1}AB^{-1}Az^m, AB^{-1}Az^m)}.$$

Следовательно, итерационные параметры определяются из соотношений:

$$\alpha_{m+1} = \frac{\left(Aw^m, w^m\right)}{\left(B^{-1}Aw^m, Aw^m\right)}, \quad Bw^m = Ax^m - f \quad m = 0, 1, \ldots \tag{30}$$

3. Исследование сходимости метода минимальных поправок. Если, как это принято, $w^m = B^{-1} A z^m$ — вектор поправки, а векторы погрешностей определены равенствами (26), то из уравнений (23), (24) получаем:

$$Bz^{m+1} = Bz^m - \tau_{m+1} A z^m. \tag{31}$$

Представим последнее соотношение в виде:

$$w^{m+1} = w^m - \alpha_{m+1} B^{-1} A w^m.$$

Выполним замену $v^m = B^{1/2} w^m, C = B^{-1/2} A B^{-1/2}$ и из последнего равенства получим:

$$B^{-1/2} v^{m+1} = B^{-1/2} v^m - \alpha_{m+1} B^{-1} A B^{-1/2} v^m,$$

что равносильно равенству

$$v^{m+1} = v^m - \alpha_{m+1} C v^m = \left(E - \alpha_{m+1} C\right) v^m. \tag{32}$$

Используем оценку $\left\| v^{m+1} \right\|$:

$$\left\| v^{m+1} \right\| = \left\| \left(E - \alpha_{m+1} C\right) v^m \right\| = \left\| \left(\left(\theta_{m+1} E - \alpha_{m+1} C_0\right) + \left(\left(1 - \theta_{m+1}\right) E - \alpha_{m+1} C_1\right) \right) v^m \right\|.$$

Выполняя очевидные преобразования, из последнего равенства получим $C = C_0 + C_1$, где $C_0 = C_0^*$, $C_1 = -C_1^*$.

Имеем очевидную оценку:

$$\left\| v^{m+1} \right\| \le \theta_{m+1} \left\| \left(E - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_0 \right) v^m \right\| + \left\| \left(\left(1 - \theta_{m+1}\right) E - \alpha_{m+1} C_1 \right) v^m \right\|. \tag{33}$$

Проведем оценку первого слагаемого в правой части неравенства (33):

$$\left\| \left(E - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_0 \right) v^m \right\|^2 = \left\| \left(E - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_0 \right) B^{1/2} w^m \right\|^2 =$$

$$= \left(\left(B^{1/2} - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} B^{-1/2} A_0 \right) w^m, \left(B^{1/2} - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} B^{-1/2} A_0 \right) w^m \right) =$$

$$= \left(B^{1/2} w^m, B^{1/2} w^m \right) - 2 \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} \left(A_0 w^m, w^m \right) + \left(\frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} \right)^2 \left(A_0 w^m, B^{-1} A_0 w^m \right). \quad (34)$$

Примем во внимание, что минимум дроби $\alpha_{m+1}/\theta_{m+1}$ достигается при $\frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} = \frac{\left(A_0 w^m, w^m \right)}{\left(B^{-1} A_0 w^m, A_0 w^m \right)}$.

Тогда оценку (34) запишем:

$$\left\| \left(E - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_0 \right) v^m \right\|^2 = \left(B^{1/2} w^m, B^{1/2} w^m \right) - 2 \frac{\left(A_0 w^m, w^m \right)}{\left(B^{-1} A_0 w^m, A_0 w^m \right)} \left(A_0 w^m, w^m \right) +$$

$$+ \left(\frac{\left(A_0 w^m, w^m \right)}{\left(B^{-1} A_0 w^m, A_0 w^m \right)} \right)^2 \left(A_0 w^m, B^{-1} A_0 w^m \right) = \left(B^{1/2} w^m, B^{1/2} w^m \right) - \frac{\left(A_0 w^m, w^m \right)^2}{\left(B^{-1} A_0 w^m, A_0 w^m \right)} =$$

$$= \left(v^m, v^m \right) - \frac{\left(C_0 v^m, v^m \right)^2}{\left(C_0 v^m, C_0 v^m \right)} = \left(1 - \frac{\left(C_0 v^m, v^m \right)^2}{\left(C_0 v^m, C_0 v^m \right) \left(v^m, v^m \right)} \right) \left\| v^m \right\|^2. \quad (35)$$

Таким образом, из (35) получаем равенство — оценку для первого слагаемого, стоящего в правой части неравенства (33):

$$\left\| \left(E - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_0 \right) v^m \right\| = \sqrt{1 - \frac{\left(C_0 v^m, v^m \right)^2}{\left(C_0 v^m, C_0 v^m \right) \left(v^m, v^m \right)}} \left\| v^m \right\|. \quad (36)$$

Из соотношения (33) для второго слагаемого с учетом равенства $\left(C_1 v^m, v^m \right) = 0$ получаем:

$$\left\| \left(\left(1 - \theta_{m+1} \right) E - \alpha_{m+1} C_1 \right) v^m \right\|^2 = \left(\left(1 - \theta_{m+1} \right) v^m, \left(1 - \theta_{m+1} \right) v^m \right) -$$

$$- \left(\alpha_{m+1} C_1 v^m, \left(1 - \theta_{m+1} \right) v^m \right) + \left(\alpha_{m+1} C_1 v^m, \alpha_{m+1} C_1 v^m \right) =$$

$$= \left(1 - \theta_{m+1} \right)^2 \left(v^m, v^m \right) + \theta_{m+1}^2 \left(\frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m, \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m \right). \quad (37)$$

С учетом полученных неравенств (36), (37) из соотношения (33) имеем:

$$\left\| v^{m+1} \right\| \le \theta_{m+1} \left\| \left(E - \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_0 \right) v^m \right\| + \left\| \left(\left(1 - \theta_{m+1} \right) E - \alpha_{m+1} C_1 \right) v^m \right\| =$$

$$= \theta_{m+1} \sqrt{\left(1 - \frac{\left(C_0 v^m, v^m \right)^2}{\left(C_0 v^m, C_0 v^m \right) \left(v^m, v^m \right)} \right)} \left\| v^m \right\| +$$

$$+ \sqrt{\left(1 - \theta_{m+1} \right)^2 \left(v^m, v^m \right) + \theta_{m+1}^2 \left(\frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m, \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m \right)} =$$

$$= \theta_{m+1}^2 \sqrt{\left(1 - \frac{\left(C_0 v^m, v^m\right)^2}{\left(C_0 v^m, C_0 v^m\right)\left(v^m, v^m\right)}\right)} \left\| v^m \right\| +$$

$$+ \sqrt{\left(1-\theta_{m+1}\right)^2 + \theta_{m+1}^2 \frac{\left(\frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m, \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m\right)}{\left(v^m, v^m\right)}} \left\| v^m \right\|.$$

Введем обозначения:

$$s_{m+1} = \sqrt{\left(1 - \frac{\left(C_0 v^m, v^m\right)^2}{\left(C_0 v^m, C_0 v^m\right)\left(v^m, v^m\right)}\right)}, \quad \gamma_{m+1} = \frac{\left(\frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m, \frac{\alpha_{m+1}}{\theta_{m+1}} C_1 v^m\right)}{\left(v^m, v^m\right)}. \tag{38}$$

Определим итерационный параметр следующим образом:

$$\alpha_{m+1} = \frac{\left(A_0 \omega^m, \omega^m\right) \theta_{m+1}}{\left(B^{-1} A_0 \omega^m, A_0 \omega^m\right)}. \tag{39}$$

Оценка для $\left\| v^{m+1} \right\|$ с учетом соотношений (38) и (39) примет вид:

$$\left\| v^{m+1} \right\| = \left(\theta_{m+1} s_{m+1} + \sqrt{1 - 2\theta_{m+1} + \theta_{m+1}^2 \left(1+\gamma_{m+1}\right)}\right) \left\| v^m \right\|.$$

Положим, $\theta_{m+1} = \frac{1-\eta_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}}$. Тогда из последнего равенства получим оценку:

$$\left\| v^{m+1} \right\| \le \left(\frac{1-\eta_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}} s_{m+1} + \sqrt{\frac{1+\gamma_{m+1} - 2 + 2\eta_{m+1} + \left(1-\eta_{m+1}\right)^2}{1+\gamma_{m+1}}}\right) \left\| v^m \right\| =$$

$$= \left(\frac{1-\eta_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}} s_{m+1} + \sqrt{\frac{1+\gamma_{m+1} - 2 + 2\eta_{m+1} + 1 - 2\eta_{m+1} + \eta_{m+1}^2}{1+\gamma_{m+1}}}\right) \left\| v^m \right\|.$$

Таким образом, последнее неравенство запишем в виде

$$\left\| v^{m+1} \right\| \le \left(\frac{1-\eta_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}} s_{m+1} + \sqrt{\frac{\gamma_{m+1} + \eta_{m+1}^2}{1+\gamma_{m+1}}}\right) \left\| v^m \right\|. \tag{40}$$

Чтобы выбрать оптимальное значение параметра η_{m+1}, вычислим производную от выражения, входящего в правую часть неравенства (40), и приравняем ее нулю:

$$\left(\frac{1-\eta_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}} s_{m+1} + \sqrt{\frac{\gamma_{m+1} + \eta_{m+1}^2}{1+\gamma_{m+1}}}\right)'_{\eta_{m+1}} = -\frac{s_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}} + \frac{\eta_{m+1}}{\sqrt{\left(1+\gamma_{m+1}\right)\left(\gamma_{m+1} + \eta_{m+1}^2\right)}} = 0. \tag{41}$$

Заметим, что

$$\left(\left(\frac{1-\gamma_{m+1}}{1+k_{m+1}} s_{m+1} + \sqrt{\frac{\gamma_{m+1} + \eta_{m+1}^2}{1+\gamma_{m+1}}}\right)'_{\eta_{m+1}}\right)'_{\eta_{m+1}} > 0.$$

Тогда точка минимума выражения, входящего в неравенство (40), достигается при оптимальном значении параметра η_{m+1}:

$$\eta_{m+1} = \sqrt{\frac{s_{m+1}^2 \gamma_{m+1}}{\left(1+\gamma_{m+1} - s_{m+1}^2\right)}}. \tag{42}$$

С учетом полученного оптимального значения η_{m+1}, подставляя (42) в (40), получим оценку для $\|v^{m+1}\|$:

$$\|v^{m+1}\| \le \left(\frac{1-\sqrt{\frac{s_{m+1}^2\gamma_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}-s_{m+1}^2}}}{1+\gamma_{m+1}} s_{m+1} + \sqrt{\frac{\gamma_{m+1}+\frac{s_{m+1}^2\gamma_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}-s_{m+1}^2}}{1+\gamma_{m+1}}} \right) \|v^m\| =$$

$$= \left(\frac{s_{m+1}-s_{m+1}^2\sqrt{\frac{\gamma_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}-s_{m+1}^2}}}{1+\gamma_{m+1}} + \sqrt{\frac{\gamma_{m+1}}{1+\gamma_{m+1}-s_{m+1}^2}} \right) \|v^m\| =$$

$$= \left(\frac{s_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{m+1}^2\right)}}{1+\gamma_{m+1}} \right) \|v^m\|.$$

Константа ρ, определяющая скорость сходимости итерационного метода, оценивается сверху следующим образом:

$$\rho \le \left(\frac{s_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{m+1}^2\right)}}{1+\gamma_{m+1}} \right). \tag{43}$$

Скорость сходимости метода минимальных поправок зависит от:

$$s_{m+1} = \sqrt{\left(1-\frac{\left(C_0v^m, v^m\right)^2}{\left(C_0v^m, C_0v^m\right)\left(v^m, v^m\right)}\right)} = \sqrt{\left(1-\frac{\left(A_0w^m, w^m\right)^2}{\left(A_0B^{-1}A_0w^m, w^m\right)\left(Bw^m, w^m\right)}\right)}.$$

Пусть $\lambda_{\min}\left(C_0\right), \lambda_{\max}\left(C_0\right)$ — соответственно минимальное и максимальное собственные числа оператора C_0, а $\nu \equiv \lambda_{\max}\left(C_0\right)/\lambda_{\min}\left(C_0\right)$ — число обусловленности оператора C_0.

Применим неравенство $xy \le \left(ax + y/a\right)^2/4$, справедливое для $a \ne 0$.

Тогда

$$s_{m+1}^2 \le 1-\frac{4\left(A_0w^m, w^m\right)^2}{\left(a\left(A_0B^{-1}A_0w^m, w^m\right)+\left(Bw^m, w^m\right)/a\right)^2} \le$$

$$\le 1-\frac{4}{\left(a\,\lambda_{\max}\left(C_0\right)+1/a\,\lambda_{\min}\left(C_0\right)\right)^2}.$$

Положим, $a=\sqrt{\lambda_{\min}\left(C_0\right)/\lambda_{\max}\left(C_0\right)}$. Тогда выражение, стоящее в правой части соотношения (43), меньше единицы при $s_{m+1}<1$. Для s_{m+1} и γ_{m+1} имеют место оценки:

$$s_{m+1} \le \sqrt{1-\frac{4}{\left(\nu^{1/2}+\nu^{-1/2}\right)^2}} = \frac{\nu-1}{\nu+1} = s_{\max}; \tag{44}$$

$$\gamma_{m+1} = \frac{\left(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m\right)}{\left(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m\right)}\left(1-s_{m+1}^2\right) \le \frac{\left(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m\right)}{\left(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m\right)}.$$

Введем обозначение

$$k_{m+1} = \frac{\left(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m\right)}{\left(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m\right)},\ \gamma_{m+1} = k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right). \tag{45}$$

Выполним минимизацию оценки сверху постоянной ρ. Вычислим производную по s_{m+1} от выражения в правой части (43) и, учитывая (45), получим:

$$\left(\frac{s_{m+1}+\left(1-s_{m+1}^2\right)\sqrt{k_{m+1}\left(k_{m+1}+1\right)}}{1+k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)}\right)'_{s_{m+1}} =$$

$$= \frac{\left(1+k_{m+1}\right)-2s_{m+1}\sqrt{k_{m+1}\left(k_{m+1}+1\right)}+k_{m+1}s_{m+1}^2}{\left(1+k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)\right)^2} \ge 0 . \qquad (46)$$

Из неравенств (43) и (46) получаем оценку:

$$\rho \le \left(\frac{s_{\max}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}}{1+\gamma_{m+1}}\right). \qquad (47)$$

Выполняя тождественные преобразования — умножая на $\left(s_{\max}\gamma_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}\right)\Big/\left(1+\gamma_{m+1}\right)$ числитель и знаменатель выражения в правой части неравенства (47), получим:

$$\rho \le \frac{\left(s_{\max}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}\right)\left(s_{\max}\gamma_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}\right)\Big/\left(1+\gamma_{m+1}\right)}{s_{\max}\gamma_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}} =$$

$$= \frac{\left(\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}\right)+s_{\max}\left(\gamma_{m+1}+1\right)\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}\right)\Big/\left(1+\gamma_{m+1}\right)}{s_{\max}\gamma_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}}.$$

В результате из неравенства

$$\rho \le s_{\max}\frac{\gamma_{m+1}/s_{\max}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}}{s_{\max}\gamma_{m+1}+\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}},$$

в силу (44) получим:

$$\rho \le \left(\nu\frac{\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}+\gamma_{m+1}}{\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}-\gamma_{m+1}}-1\right)\Bigg/\left(\nu\frac{\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}+\gamma_{m+1}}{\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}-\gamma_{m+1}}+1\right). \qquad (48)$$

Введем обозначение

$$\nu^* = \nu\frac{\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}+\gamma_{m+1}}{\sqrt{\gamma_{m+1}\left(1+\gamma_{m+1}-s_{\max}^2\right)}-\gamma_{m+1}}. \qquad (49)$$

Тогда с учетом оценки (48) и введенного обозначения получаем

$$\rho \le \frac{\nu^*-1}{\nu^*+1}. \qquad (50)$$

Равенство (49) с учетом (45) примет вид:

$$\nu^* = \nu\frac{\sqrt{k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)\left(1+k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)-s_{\max}^2\right)}+k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)}{\sqrt{k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)\left(1+k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)-s_{\max}^2\right)}-k_{m+1}\left(1-s_{m+1}^2\right)} =$$

$$= \nu\frac{\sqrt{k_{m+1}\left(1+k_{m+1}\right)}+k_{m+1}}{\sqrt{k_{m+1}\left(1+k_{m+1}\right)}-k_{m+1}} = \nu\frac{\left(\sqrt{k_{m+1}\left(1+k_{m+1}\right)}+k_{m+1}\right)^2}{k_{m+1}} = \nu\left(\sqrt{1+k_{m+1}}+\sqrt{k_{m+1}}\right)^2.$$

Таким образом, в постоянную ρ, определяющую скорость сходимости метода минимальных поправок в соответствии с неравенством (50), входит величина

$$\nu^* = \nu\left(\sqrt{1+k_{m+1}} + \sqrt{k_{m+1}}\right)^2, \qquad (51)$$

где ν — число обусловленности матрицы C_0, а k_{m+1} характеризует отношение нормы кососимметрической части оператора A к симметрической:

$$k_{m+1} = \frac{\left\|A_1 w^m\right\|^2_{B^{-1}}}{\left\|A_0 w^m\right\|^2_{B^{-1}}} \le \left(\max_{y\neq 0}\frac{\|C_1 y\|}{\|C_0 y\|}\right)^2 .$$

На этом построение и оптимизация МАММП завершены.

Приведем результаты численных экспериментов, используя в качестве тестовой модельную задачу, приведенную в [1]. В качестве характерного значения коэффициента сжимаемости возьмем $\beta_1 = 10^{-3}$ / МПа . Остальные данные — такие же, как для тестовой задачи в статье [1]. В таблице приведены результаты численных экспериментов — количества итераций, необходимые для достижения заданной точности $\varepsilon = 10^{-6}$ тремя методами: Зейделя (МЗ), верхней релаксации с шахматной упорядоченностью узлов (МВРШУ) и модифицированного адаптивного метода минимальных поправок (МАММП).

Таблица 1

Количества итераций, требуемые для решения модельной задачи употребительными методами

Номер временного слоя	Метод решения сеточных уравнений для функции давления		
	МЗ	МВРШУ	МАММП
1	32535	7342	2752
2	20347	3453	1014
3	13138	2387	696
4	12190	2123	688
5	12132	2135	692

Заключение. В статье описано построение и исследование модифицированного адаптивного метода минимальных поправок — МАММП, предназначенного для численного моделирования пространственно-трехмерных процессов фильтрации двухфазной сжимаемой жидкости в пористых средах. Такие процессы являются типичными в задачах моделирования нефтяных месторождений — в случае, когда нефтеводоносный пласт находится под воздействием давления, изменяющегося значительным образом, и необходимо учитывать сжимаемость среды. Для данного класса сеточных задач с несамосопряженным оператором построен МАММП. Проведена его оптимизация и доказана сходимость метода, который обладает асимптотической скоростью сходимости, характерной для «классического» ПТМ, не использующего технику чебышевского ускорения и применяемого для задач с самосопряженным оператором. Результаты численных экспериментов продемонстрировали эффективность метода. Число итераций уменьшилось в 3–20 раз по сравнению с другими часто применяемыми подходами к решению сеточных задач фильтрации (методом Зейделя, методом верхней релаксации и другими).

Библиографический список

1. Сухинов, А. И. Усовершенствованный попеременно-треугольный метод численного решения пространственно-трехмерных задач фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости / А. И. Сухинов, Л. А. Григорян, А. А. Сухинов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2016. — Т. 16, № 1. — С. 5–18.

2. Коновалов, А. Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости / А. Н. Коновалов. — Новосибирск : Наука, 1988. — 166 с.

3. Вабищевич, П. Н. Явно-неявные вычислительные алгоритмы для задач многофазной фильтрации / П. Н. Вабищевич // Математеческое моделирование. — 2010. — Т. 22, № 4. — 118–128.

4. Mathematical modeling of flows in porous media / V. R. Dushin [et al] //WSEAS Transactions on fluid mechanics. — 2014. — Vol. 9. — P. 130–166

5. Sukhinov, A. I. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2012. — Vol. 4, iss. 4. — P. 398–409.

6. Sukhinov, A. I. Increasing efficiency of alternating triangular method based on improved spectral estimates / A. I. Sukhinov, A. V. Shishenya // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2013. — Vol. 5, iss. 3. — P. 257–265.

7. Сухинов, А. И. Модификация метода минимальных поправок для решения сеточных уравнений с несамосопряженным оператором / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, А. В. Шишеня // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2013. — № 4. — С. 194–202.

References

1. Sukhinov, A.I., Grigoryan, L.A., Sukhinov, A.A. Usovershenstvovannyy poperemenno-treugol'nyy metod chislennogo resheniya prostranstvenno-trekhmernykh zadach fil'tratsii dvukhfaznoy neszhimaemoy zhidkosti. [Advanced alternate triangular method of numerical solution of spatial three-dimensional problems of two-phase filtration of incompressible fluid.] Vestnik of DSTU, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 5–18 (in Russian).

2. Konovalov, A.N. Zadachi fil'tratsii mnogofaznoy neszhimaemoy zhidkosti. [Problems of multiphase filtration of incompressible fluid.] Novosibirsk: Nauka, 1988, 166 p. (in Russian).

3. Vabishchevich, P.N. Yavno-neyavnye vychislitel'nye algoritmy dlya zadach mnogofaznoy fil'tratsii. [Explicit-implicit numerical algorithms for multi-phase filtration problems.] Mathematical Models and Computer Simulations, 2010, vol. 22, no. 4, pp. 118–128 (in Russian).

4. Dushin, V.R., et al. Mathematical modeling of flows in porous media. WSEAS Transactions on fluid mechanics, 2014, vol. 9, pp. 130–166.

5. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator. Mathematical Models and Computer Simulations, 2012, vol. 4, iss. 4, pp. 398–409.

6. Sukhinov, A.I., Shishenya, A.V. Increasing efficiency of alternating triangular method based on improved spectral estimates. Mathematical Models and Computer Simulations, 2013, vol. 5, iss. 3, pp. 257–265.

7. Sukhinov, A.I., Chistyakov, A.E., Shishenya, A.V. Modifikatsiya metoda minimal'nykh popravok dlya resheniya setochnykh uravneniy s nesamosopryazhennym operatorom. [Modification of minimal residuals iterative method for solving grid equations with non-selfadjoint operators.] Izvestiya SFedU. Engineering Sciences, 2013, no. 4, pp. 194–202 (in Russian).

Поступила в редакцию 19.06.2016
Сдана в редакцию 20.06.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.421.2 DOI 10.12737/20222

Метод кластеризации в системе оценки результатов работы экспертов по проверке экзаменов в форме ЕГЭ*

Т. А. Щербинин[1], М. В. Гранков[2]**

[1, 2]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Clustering method for quality verification of experts' Unified State Examination checking ***

T. A. Shcherbinin[1], M. V. Grankov[2]**

[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Цель данного исследования — рассмотрение возможности использования метода нечеткой кластеризации в автоматизированной системе оценивания эффективности работы экспертов по проверке результатов государственной итоговой аттестации в форме ЕГЭ. Представлены различные показатели результатов работы экспертов и их расчетные формулы. Параметры разбиты на следующие группы: базовые, статистические оценки базовых, нормированные и качественные. Применение метода нечеткой кластеризации с использованием взвешенной метрики Евклида показано на примере оценивания работы экспертов предметной комиссии по математике (профильный уровень). Эксперименты проводились с учетом и без учета шумов с последующими выводами о влиянии, которое оказывают шумы на результаты. Также по результатам экспериментов были представлены таблицы и графики с разбиением экспертов на кластеры.

The possibilities of using the fuzzy clustering method in the automated system of evaluation working efficiency of the experts' validation status on the assessment of the state final certification in the form of the Unified State Exam (USE) are considered. Various parameters of experts' evaluation and their calculation formula are presented. The parameters are divided into the following groups: basic statistical parameters, advanced statistical parameters, normalized parameters, and quality parameters. The application of the fuzzy clustering method using a weighted Euclidean metric is illustrated by the case of the assessment of the experts' work in the subject commission on mathematics (profession-oriented level). The experiments are performed with and without noises with the subsequent conclusions of the impact of noises on the results. Besides, the experimental results are presented in tables and graphs with partitioning of experts into clusters.

Ключевые слова: нечеткая логика, кластерный анализ, ЕГЭ, оценивание, шумы в данных, терм-множества.

Keywords: fuzzy logic, cluster analysis, Unified State Exam, evaluation, noise in the data, term-sets.

Введение. С 2009 года в России единый государственный экзамен (ЕГЭ) является единственной формой государственной итоговой аттестации обучающихся в организациях общего среднего образования и одновременно вступительных испытаний в вузы.

По большинству предметов задания делятся на три группы в зависимости от их сложности. Первая группа — задания области *А*, самые простые. В них предлагается выбрать правильный ответ из предложенных вариантов. Вторая группа — задания области В. Они сложнее, предполагают самостоятельное написание краткого ответа. Ответы на задания групп *А* и *В* вносятся в бланк и проверяются с помощью компьютера. Третья группа — задания области *С*, самые сложные. Они требуют развернутых ответов. Например, предлагается написать эссе, привести решение задачи, дать обоснованный ответ на вопрос и т. д. Тексты ответов вносятся в бланк и проверяются экспертами региональной экспертной комиссии. Следует отметить, что нередки случаи некорректного выставления баллов экспертами при проверке заданий области *С*. В связи с этим конечный балл, полученный экзаменуемым, зависит не только от правильности выполненных им заданий, но и от компетентности проверяющих [1].

Таким образом, важной задачей является формирование квалифицированной экспертной комиссии, проверяющей задания области *С*.

В данной работе предложен метод, позволяющий ответственным за формирование предметных комиссий обосновано разделять экспертов на кластеры в зависимости от значений показателей их работы. Такая кластеризация

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: sherbinin5@mail.ru, mv_2@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

позволит руководителям принимать решения об уровне квалификации экспертов, необходимости переподготовки некоторых из них или исключении из состава комиссии.

Ошибки при проверке экзаменационных работ. Процедура проверки экспертом экзаменационных работ области *C* регламентируется инструкциями Федерального института педагогических измерений (ФИПИ), которые содержат подробные схемы (алгоритмы), определяющие число баллов, выставляемых за выполнение заданий каждого варианта. Экспертам предоставляются отсканированные копии работ.

Анализ результатов работы экспертов позволяет утверждать, что при выполнении проверки возможны ошибки трех типов:

1) эксперт не обнаруживает имевшееся решение задачи и, следовательно, не оценивает его;
2) эксперт неверно понимает ход решения задачи;
3) эксперт неверно понимает инструкцию ФИПИ по процедуре оценивания решения задания.

Ошибки 1-го типа будем называть ошибками идентификации решения [2]. Ошибки 2-го и 3-го типов будем называть ошибками оценивания.

Для сокращения влияния ошибок экспертов на оценку заданий области С предусмотрена процедура проверки решения каждого задания двумя экспертами. Процедуру проверки задания вторым экспертом будем называть второй проверкой. Если суммы баллов разных экспертов различаются несущественно, то учитывается большая из них.

Перед проведением экзамена для каждого предмета ФИПИ устанавливает критерий несущественности различия баллов. Например, при проверке заданий по математике несущественным будет отличие в два балла. Если расхождение больше, то данное задание отправляется на проверку третьему эксперту. Процедуру проверки задания третьим экспертом будем называть третьей проверкой. Третью проверку выполняет опытный эксперт высокой квалификации, выставленный им балл считается окончательным.

Основная идея метода определения корректности работы экспертов. Рассмотрим оценивание одного и того же задания разными экспертами. Примем следующие допущения.

— Оценивая задания, эксперты действуют независимо друг от друга.
— Если суммы баллов в двух случаях совпадают, то можно считать малой вероятность одновременного принятия двумя экспертами ошибочного решения.
— Если суммы баллов в двух проверках существенно различаются, то вероятность ошибки третьего эксперта мала в силу его высокой квалификации.
— Если эксперт допустил ошибку первого типа (не обнаружил задачу), то его оценка за эту задачу принимается равной 0.
— Определение корректности результатов работы экспертов основывается на значениях оценок, удельных относительно количества проверенных заданий, с учетом параметров случайных процессов.

Будем оценивать различия в баллах, выставленных за задание с номером *k* при второй ($\Delta x2_i^k$) и третьей ($\Delta x3_i^k$) проверке, по формулам:

$$\Delta x2_i^k = x2_j^k - x2_i^k , \qquad (1)$$

где $x2_i^k$ — оценка, выставленная за *k*-е задание *i*-м экспертом; $x2_j^k$ — оценка, выставленная за *k*-е задание *j*-м экспертом, в паре с которым был *i*-й эксперт.

Соответственно,

$$\Delta x3_i^k = x3_j^k - x3_i^k , \qquad (2)$$

где $x3_i^k$ — оценка, выставленная за *k*-е задание *i*-м экспертом; $x3_j^k$ — оценка, выставленная за *k*-е задание *j*-м экспертом, осуществляющим третью проверку.

Корректность работы экспертов в комиссии может быть оценена рядом показателей. Разделим их на четыре группы.

1. Базовые выявляются при первичном анализе результатов проверки комиссией области *C*.

2. Статистические формируются на основе оценки базовых показателей работы экспертов.

3. Нормированные строятся для базовых и соответствующих им статистических оценок по множествам экспертов [3].

4. Качественные представляют собой оценку параметров на основании результатов выполнения алгоритма кластеризации и нечеткого логического вывода.

Список рассматриваемых базовых показателей результатов работы экспертов представлен в табл. 1.

Таблица 1

Базовые показатели результатов работы экспертов

№	Показатель	Сокращение
1	Количество проверенных заданий	*ОбщЗдн*
2	Количество заданий, по которым оценка (сумма баллов) расходится с результатом второй проверки	*2ПрКор*
3	Количество заданий, для которых была проведена третья проверка	*3ПрОбщ*
4	Количество заданий, по которым оценка (сумма баллов) расходится с результатом третьей проверки	*3ПрКор*
5	Сумма абсолютных значений расхождений с суммой баллов третьей проверки	*3ПрАбсКор*

Показатель *ОбщЗдн* отражает объем работы, выполненной экспертом. Показатель *2ПрКор* отражает количество расхождений с результатами второй проверки, но не дает возможности понять, кто из двух экспертов допустил ошибку. Показатель *3ПрОбщ* отражает количество ошибок эксперта, выявленных при третьей проверке. Показатель *3ПрАбсКор* определяет, насколько существенными были ошибки эксперта.

В табл. 2 представлены статистические оценки базовых показателей работы экспертов.

Таблица 2

Статистические оценки показателей работы экспертов

№	Показатель	Сокращение
1	Показатель слаженности работы экспертов	*СлажГрп*
2	Среднее значение расхождений при второй проверке ($\Delta x2_i$)	*2ПрСрКор*
3	Среднеквадратическое отклонение балла расхождений при второй проверке	*СКО2ПрСрКор*
4	Частота возникновения у эксперта корректировок при вторых проверках	*2ПрЧастКор*
5	Среднее значение балла корректировок при третьей проверке ($\Delta x3_i$)	*3ПрСрКор*
6	Среднеквадратическое отклонение корректировок при третьей проверке	*СКО3ПрСрКор*
7	Частота возникновения третьих проверок у эксперта	*3ПрЧаст*
8	Частота возникновения корректировок эксперта при третьих проверках	*3ПрЧастКор*
9	Удельное значение корректируемого балла для эксперта	*3ПрУдВелКор*

Исходя из принятых допущений, качество работы эксперта можно оценить с помощью показателя *СлажГрп*, который вычисляется по формуле:

$$СлажГрп = \frac{n_c^{грп}}{n^{грп}}, \quad (3)$$

где $n^{грп}$ — общее число задач экзаменующихся, решение которых было оценено в группе эксперта; $n_c^{грп}$ — число задач, оценка (сумма баллов) которых совпала с результатами второй проверки.

Показатели *2ПрСрКор* и *3ПрСрКор* могут использоваться при принятии решения о наличии соответствующей тенденции у оцениваемого эксперта.

Показатель *2ПрСрКор* находится по формуле:

$$2ПрСрКор = \frac{\sum_{k=1}^{t2} \Delta x2_i^k}{t2}, \quad (4)$$

где $t2$ — количество расхождений при второй проверке у i-го эксперта; $\Delta x2_i^k$ — расхождение выставленного i-м экспертом балла в k-м задании по формуле (1).

Показатель *3ПрСрКор* находится по формуле:

$$3ПрСрКор = \frac{\sum_{k=1}^{t3} \Delta x3_i^k}{t3}, \quad (5)$$

где $t3$ — количество корректировок эксперта при третьей проверке; $\Delta x3_i^k$ — корректировка выставленного i-м экспертом балла в k-м задании по формуле (2).

Показатели *2ПрЧастКор*, *3ПрЧаст* и *3ПрЧастКор* характеризуют частоту несовпадений оценок экспертов при вторых проверках, частоту возникновения третьей проверки и частоту корректировки при третьей проверке соответственно. Данные показатели находятся относительно общего числа проверенных заданий. Для определения этих показателей использовались формулы:

$$2ПрЧастКор = \frac{2ПрКор}{ОбщЗдн}; \quad (6)$$

$$3ПрЧаст = \frac{3ПрОбщ}{ОбщЗдн}; \quad (7)$$

$$3ПрЧастКор = \frac{3ПрКор}{ОбщЗдн}. \quad (8)$$

Показатель *3ПрУдВелКор* отражает количество ошибочно выставленных баллов, приходящееся на одно проверенное экспертом задание. Данный параметр находится по формуле:

$$3ПрУдВелКор = \frac{\sum_{k=1}^{t3} \left| \Delta x3_i^k \right|}{ОбщЗдн}, \quad (9)$$

где $t3$ — количество корректировок эксперта при третьей проверке; $\Delta x3_i^k$ — отличие от выставленного i-м экспертом балла в k-м задании — в соответствии с формулой (2).

Для построения системы сравнения качества работы экспертов рационально использовать нормированные значения оценок — будем называть их индикаторами (имеют приставку «*Инд*»). Индикаторы соответствуют количественным показателям оценки эксперта. Например, *Инд3ПрСрКор* рассчитан для параметра *3ПрСрКор*. Значения индикаторов находятся в интервале [0;1]: 1 соответствует наилучшему значению параметра, 0 — наихудшему. Рассматриваются 7 нормированных параметров:

— *Инд2ПрСрКор,*
— *ИндСКО2ПрСрКор,*
— *Инд2ПрЧастКор,*
— *Инд3ПрСрКор,*
— *ИндСКО3ПрСрКор,*
— *Инд3ПрЧастКор,*
— *Инд3ПрУдВелКор.*

Показатель $Инд3ПрЧастКор_i$ для i-го эксперта находится по формуле:

$$Инд3ПрЧастКор_i = \frac{\max(3ПрЧастКор) - 3ПрЧастКор_i}{\max(3ПрЧастКор) - \min(3ПрЧастКор)}, \quad (10)$$

где $\max(3ПрЧастКор)$ — максимальное значение показателя *3ПрЧастКор* среди всех членов комиссии; $\min(3ПрЧастКор)$ — минимальное значение показателя *3ПрЧастКор* среди всех членов комиссии.

Аналогично равенству (10) (и при соответствующей замене показателей $3ПрЧастКор_i$ и *3ПрЧастКор*) находятся величины $Инд2ПрЧастКор_i$, $Инд3ПрУдВелКор_i$, $ИндСКО2ПрСрКор_i$ и $ИндСКО3ПрСрКор_i$.

Итак, завышение или занижение баллов при оценивании заданий является отрицательной характеристикой эксперта. Предпочтительно отсутствие любого из названных недостатков. Поэтому показатели $Инд2ПрСрКор_i$ и $Инд3ПрСрКор_i$ для i-го эксперта рассчитываются по формулам:

$$Инд2ПрСрКор_i = \frac{\max(|2ПрСрКор|) - |2ПрСрКор_i|}{\max(|2ПрСрКор|) - \min(|2ПрСрКор|)}, \quad (11)$$

$$Инд3ПрСрКор_i = \frac{\max(|3ПрСрКор|) - |3ПрСрКор_i|}{\max(|3ПрСрКор|) - \min(|3ПрСрКор|)}, \quad (12)$$

где $\max(|2ПрСрКор|)$, $\max(|3ПрСрКор|)$ — максимальные абсолютные значения соответствующих показателей среди всех членов комиссии; $\min(|2ПрСрКор|)$, $\min(|3ПрСрКор|)$ — минимальные абсолютные значения соответствующих показателей среди всех членов комиссии.

При обосновании принятия решений по оцениванию результатов работы экспертов была применена теория нечетких множеств. Данная теория предложена Л. Заде и позволяет описывать нечеткие понятия и знания, оперировать этими знаниями и делать нечеткие выводы. В нечеткой логике значения любой величины представляются не чис-

лами, а словами естественного языка и называются термами [4, 5]. При оценивании качества работы экспертов количественные показатели дополняются качественными оценками, выраженными базовыми и расширенными терм-множествами. Для качественных оценок значений показателей были использованы три основных терма базового терм-множества: «низкое» (низкое качество проверки), «среднее» (среднее качество проверки), «высокое» (высокое качество проверки). Также были введены четыре терма, относящиеся к расширенному терм-множеству: «скорее низкое, чем среднее», «скорее среднее, чем низкое», «скорее среднее, чем высокое» и «скорее высокое, чем среднее». Термы из расширенного терм-множества позволяют классифицировать экспертов, которые явно не относятся ни к одной из основных групп. Использовались следующие качественные параметры эксперта (имеют приставку «*Оц*»):
— *Оц2ПрСрКор,*
— *Оц2ПрЧастКор,*
— *Оц3ПрСрКор,*
— *Оц3ПрЧастКор.*

Метод нечеткой кластеризации. В качестве метода кластеризации экспертов по результатам их работы был использован алгоритм *Fuzzy C-Means* (*FCM*) [6, 7]. Этот алгоритм чаще всего применяется для нечеткого группирования объектов. Он формирует группы, прототипы которых представляются точками в пространстве параметров кластерных объектов. Для выполнения алгоритма группировки объектов с множеством параметров A необходимо выбрать подмножество параметров объектов $B \subset A$, по значениям которых будет реализована кластеризация, определить подходящую метрику, количество групп c, степень нечеткости n, параметр ε в критерии остановки алгоритма, а также случайным образом инициировать матрицу принадлежности объектов к той или иной группе $U^{(0)} \in Z_i$ (i — количество групп) и вектор прототипов $V^{(0)}$ [8].

Были проведены эксперименты по обработке результатов проверки работ различных экзаменационных комиссий [1, 2, 10]. С помощью анализа показателей результатов работы экспертов с учетом принятых допущений установлено, что качество работы экспертов наиболее информативно отражают следующие показатели: *Инд3ПрЧастКор*, *Инд3ПрУдВелКор, Инд3ПрСрКор* и *ИндСКО3ПрСрКор*. Показатель *Инд3ПрЧастКор* представляет нормированную частоту появления ошибок у экспертов при оценивании результатов выполнения задания. *Инд3ПрУдВелКор* отражает существенность ошибок эксперта при оценивании. *Инд3ПрСрКор* оценивает наличие тенденции к занижению или завышению оценок при выставлении баллов. *ИндСКО3ПрСрКор* демонстрирует стабильность в принятии экспертом решения. Для наглядности было выбрано двумерное пространство параметров, построенное по индикаторам, оценивающим частоту корректировки при третьей проверке (параметр y) и удельное значение корректируемого балла оценивания при третьей проверке (параметр x).

В рассматриваемом двумерном пространстве координаты точки — это оценки результатов работы экспертов. Расстояние между точками может быть измерено различными метриками, которые являются формулами (правилами) для определения расстояния между любыми двумя точками заданного пространства. При выборе метрики были рассмотрены несколько возможных вариантов: расстояние Чебышева, Евклидово расстояние, квадрат Евклидова расстояния, «взвешенное» Евклидово расстояние, расстояние городских кварталов (Манхэттенское расстояние).

Для рассматриваемых параметров экспертов приемлемые результаты кластеризации были получены с применением метрики взвешенного расстояния Евклида.

Расстояние ($dist_i$) от точки до центра i-го кластера находится по формуле:

$$dist_i = \sqrt{k_1(x_i - x)^2 + k_2(y_i - y)^2}\ , \tag{13}$$

где x_i, y_i — значения координат центра i-го кластера; x, y — значения координат точки эксперта; k_1, k_2 — весовые коэффициенты.

Для каждого эксперта введем понятие нормы как взвешенную метрику (13), в которой вместо центра i-го кластера (x_i,y_i) используется точка (1,1). Будем считать, что чем ближе к точке (1,1) находится эксперт, тем лучше качество его проверки. В этом случае норма (r) может быть вычислена по формуле:

$$r = \sqrt{k_1(1 - x)^2 + k_2(1 - y)^2}\ , \tag{14}$$

где x, y — значения координат точки эксперта; k_1, k_2 — весовые коэффициенты.

В качестве условия завершения алгоритма рассматривается малое суммарное изменение параметра $dist$ между соседними итерациями среди всех экспертов:

$$\sum dist^j - \sum dist^{j-1} < \varepsilon\,, \tag{15}$$

где ε — заданная константа.

Алгоритм *FCM* чувствителен к резко отклоняющимся значениям оцениваемых параметров — так называемым шумам или выбросам [9]. Поэтому перед применением основного алгоритма производится поиск и исключение таких

точек из исходных данных. Выбросами считаются точки, которые удалены от центра группы на расстояние, превышающее удвоенное среднеквадратическое отклонение этого расстояния для точек данной группы. Начальные центры кластеров распределяются равномерно по центрам отрезков от минимального значения нормированного параметра до максимального. Центры кластеров выбираются таким образом, чтобы минимизировать суммарное расстояние от объектов группы до ее центра и максимизировать расстояние между центрами кластеров. Количество кластеров принимается равным 3 — по количеству основных групп оценивания экспертов (низкое качество проверки, среднее качество проверки и высокое качество проверки).

Начальное значение центра i-го ($i \in [1{:}count]$) кластера ($centr_i$) находится по формуле:

$$centr_i = \min(npar) + i \times \frac{\max(npar) - \min(npar)}{2{,}0 \times count}, \qquad (16)$$

где min ($npar$) — минимальное нормированное значение параметра; max ($npar$) — максимальное нормированное значение параметра; $count$ — количество кластеров.

Параметр принадлежности ($belong_i$) эксперта к i-му кластеру находится по формуле [8]:

$$belong_i = \frac{1{,}0^{\frac{2{,}0}{n-1{,}0}}}{dist_i}, \qquad (17)$$

где $dist_i$ — дистанция до центра i-го кластера по формуле (13); n — коэффициент нечеткости.

Анализ полученных результатов. Рассмотрим работу предложенного метода на примере обработки результатов проверки экспертной комиссией бланков заданий по дисциплине «Математика: профильный уровень». Комиссия состоит из 59 экспертов, количество проверенных заданий варьируется от 520 до 1462 и в среднем составляет 758.

На рис. 1 и 2 представлены графики распределения экспертов по группам с учетом шумов и без учета шумов соответственно. Эксперты с низким качеством проверки обозначены квадратами, со средним — треугольниками, с высоким — ромбами. Перечеркнутыми фигурами обозначены значения параметров экспертов, которые были приняты выбросами (шумами). Темными точками на графиках обозначены центры кластеров.



Рис. 1. График распределения экспертов на группы без учета шумов



Рис. 2. График распределения экспертов на группы с учетом шумов

Как видно из рис. 1 и 2, шум оказывает влияние на работу алгоритма при нахождении центров кластеров и является причиной неточного определения качественных параметров экспертов. Неточность определения связана с тем, что шумовые значения могут полностью перетягивать на себя центры кластеров.

Оценка результатов работы комиссии приведена в табл. 3.

Таблица 3

Оценка работы экспертов комиссии с учетом шумов

№	ИН*	3ПрЧастКор, %	3ПрУдВелКор	Выс.	Сред.	Низ.	Результирующая оценка	Шум
1	1506	0,17	0,001718	1,0	0,0	0,0	Высокое	+
2	1211	0,49	0,004902	1,0	0,0	0,0	Высокое	+
3	196	0,55	0,005464	1,0	0,0	0,0	Высокое	+
4	1426	0,57	0,005671	1,0	0,0	0,0	Высокое	–
5	166	0,77	0,009615	1,0	0,0	0,0	Высокое	–
…								
24	229	1,15	0,013436	0,37	0,63	0,0	Скорее среднее, чем высокое	–
25	185	1,16	0,015732	0,2	0,80	0,0	Скорее среднее, чем высокое	–
26	292	1,19	0,01581	0,09	0,91	0,0	Среднее	–
27	632	1,24	0,013201	0,03	0,97	0,0	Среднее	–
28	1505	1,25	0,012545	0,02	0,98	0,0	Среднее	–
…								
38	1427	1,42	0,015986	0,0	0,99	0,01	Среднее	–
39	1425	1,46	0,021938	0,0	0,85	0,15	Скорее среднее, чем низкое	–
40	1428	1,50	0,019461	0,0	0,81	0,19	Скорее среднее, чем низкое	–
41	1507	1,53	0,020443	0,0	0,51	0,49	Скорее среднее, чем низкое	–
42	799	1,55	0,022453	0,0	0,27	0,73	Скорее низкое, чем среднее	–
43	1230	1,61	0,0161	0,0	0,16	0,84	Скорее низкое, чем среднее	–
44	163	1,63	0,021739	0,0	0,025	0,975	Низкое	–

45	633	1,66	0,019934	0,0	0,007	0,993	Низкое	–
46	289	1,68	0,020438	0,0	0,002	0,998	Низкое	–
…								
55	646	1,92	0,020408	0,0	0,0	1,0	Низкое	–
56	638	1,94	0,022887	0,0	0,0	1,0	Низкое	–
57	215	1,99	0,025845	0,0	0,0	1,0	Низкое	+
58	245	2,30	0,026596	0,0	0,0	1,0	Низкое	+
59	1214	3,26	0,036399	0,0	0,0	1,0	Низкое	+
*ИН — идентификационный номер эксперта.								

Рассмотрим пример распределения экспертов на группы с учетом шума. В табл. 3 параметры «Выс.», «Сред.», «Низ.» показывают нормированное значение отношения к кластерам высокого, среднего и низкого качества проверки соответственно. При расчетах принадлежности экспертов к кластерам был выбран коэффициент нечеткости (n) 1,5. Параметр «Результирующая оценка» представлен термами базового и расширенного терм-множества. Эксперты упорядочены по значению их норм (14).

Как видно из табл. 3, показатели шестерых экспертов (1506, 1211, 196, 215, 245, 1214) были приняты за шумы и исключены из алгоритма нахождения центров кластеров. Наихудшие показатели у экспертов 646, 638, 215, 245 и 1214, которые были отнесены к кластеру низкого качества проверки. Некоторые группы экспертов находятся на границах кластеров: высокого и среднего качества проверки (229, 185) и среднего и низкого качества проверки (1425, 1428, 1507, 799, 1230). Наилучшее качество проверки показали эксперты: 1506, 1211, 196, 1426 и 166, которые были отнесены к кластеру высокого качества проверки. У данных экспертов наименьшие показатели частоты корректировок при третьей проверке и удельного корректируемого балла.

Выводы. Проведенный анализ методических рекомендаций ФИПИ по проверке экзамена в форме ЕГЭ показал, что качество работы экспертов отражают следующие параметры: частота корректировки при третьей проверке, удельное значение корректируемого балла оценивания при третьей проверке, среднее значение балла корректировки и среднеквадратическое отклонение балла корректировки.

В результате проведенных экспериментов был выбран двумерный критерий оценки качества работы экспертов, с использованием которого реализовано нечеткое разделение экспертов на классы (высокое, среднее и низкое качество проверки). Оставшиеся показатели могут быть использованы для уточнения тенденции эксперта и определения его уверенности в выставлении баллов.

Разработанная методика позволяет оценить качество работы экспертов и обосновать решения о повышении квалификации членов предметной комиссии.

В соответствии с полученным распределением предлагается при формировании комиссий отказываться от экспертов, которые попали в группу низкого качества проверки. Экспертам со средним качеством проверки следует дать рекомендации, позволяющие улучшить показатели.

Библиографический список

1. Гранков, М. В. Оценка параметров работы экспертов предметной комиссии по проверке экзамена в форме ЕГЭ / М. В. Гранков, Т. А. Щербинин // Системный анализ, управление и обработка информации : тр. 5-го Междунар. семинара / под общ. ред. Р. А. Нейдорфа. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2014. — С. 282–285.
2. Щербинин, Т. А. Оценка качества работы экспертов, проверяющих экзамены в форме ЕГЭ, с помощью системы кластеризации / Т. А. Щербинин, М. В. Гранков // Автоматизация технологических объектов и процессов. Поиск молодых : сб. науч. работ XV науч.-техн. конф. аспирантов и студентов. — Донецк : ДонНТУ, 2015. — С. 208–211.
3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. — Москва : Высшая школа, 2003. — 479 с.
4. Zadeh, L.-A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I / L.-A. Zadeh // Information Sciences. — 1975. —Vol. 8. — P. 199–249.
5. Zadeh, L.-A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-III / L.-A. Zadeh // Information Sciences. — 1975. — Vol. 9. — P. 43–80.
6. Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition / F. Hoppner [et al.]. — New York : John Wiley & Sons Inc. — 1999. — 300 p.

7. Kaushik, K. Extension of the fuzzy c means clustering algorithm to fit with the composite graph model for web document representation / K. Kaushik, K. Hemanta // International Journal of Cognitive Research in science, engineering and education. —2013. — Vol. 1, № 2. — 8 p.

8. Рутковский, Л. Методы и технологии искусственного интеллекта / Л. Рутковский. — Москва : Горячая Линия — Телеком, 2010. — 520 с.

9. Анализ данных и процессов / А. А. Баргесян [и др.]. — 3-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2009. — 512 с.

10. Щербинин, Т. А. The method of assessing the quality of work of the Commission to verify exams / Т. А. Щербинин, М. В. Гранков, Е. В. Краснова // Стратегии устойчивого развития мировой науки : тр. V Междунар. науч. конф. Евразийского научного объединения. — Москва : ЕНО, 2015. — С. 31–33.

References

1. Grankov, M.V., Shcherbinin, T.A. Otsenka parametrov raboty ekspertov predmetnoy komissii po proverke ekzamena v forme EGE. [Parameter estimation of experts' work in the subject commission on the assessment of the exam in the form of USE.] Sistemnyy analiz, upravlenie i obrabotka informatsii: Trudy 5 Mezhdunarodnogo seminara. [System analysis, management and information processing: Proc. 5th Int. workshop.] Neydorf, R.A., ed. Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2014, pp. 282–285 (in Russian).

2. Shcherbinin, T.A., Grankov, M.V. Otsenka kachestva raboty ekspertov, proveryayushchikh ekzameny v forme EGE, s pomoshch'yu sistemy klasterizatsii. [Assessment of the quality of experts checking examination in the form of in the form of USE through clustering system.] Avtomatizatsiya tekhnologicheskikh ob"ektov i protsessov. Poisk molodykh. Sbornik nauchnykh rabot KhV nauchno-tekhnicheskoy konferentsii aspirantov i studentov. [Automation of technological objects and processes. Search of the Young: Coll. Sci. papers XV Sci.-Tech. Conf. of graduate and undergraduate students.]Donetsk: DonNTU, 2015, pp. 208–211 (in Russian).

3. Gmurman, V.E. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika. [Theory of probability and Mathematical statistics.] Moscow: Vysshaya shkola, 2003, 479 p. (in Russian).

4. Zadeh, L.-A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I. Information Sciences, 1975, v*ol.* 8, pp. 199–249.

5. Zadeh, L.-A. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-III. Information Sciences, 1975, v*ol.* 9, pp. 43–80.

6. Hoppner, F., et al. Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition. New York: John Wiley & Sons Inc., 1999, 300 p.

7. Kaushik, K., Hemanta, K. Extension of the fuzzy c means clustering algorithm to fit with the composite graph model for web document representation. International Journal of Cognitive Research in science, engineering and education, 2013, vol. 1, no. 2, p. 8.

8. Rutkovskiy, L. Metody i tekhnologii iskusstvennogo intellekta. [Methods and technologies of artificial intelligence.] Moscow: Goryachaya Liniya — Telekom, 2010, 520 p. (in Russian).

9. Bargesyan, A.A., et al. Analiz dannykh i protsessov. [Analysis of data and processes.] 3^{rd} revised and enlarged ed. SPb.: BVKh-Peterburg, 2009, 512 p. (in Russian).

10. Shcherbinin, T.A., Grankov, M.V., Krasnova, E.V. The method of assessing the quality of work of the Commission to verify exams. Strategies for sustainable development of the world science: Proc. V Int. Sci. Conf. Eurasian scientific association. Moscow: ENO, 2015, pp. 31–33.

Поступила в редакцию 01.02.2016
Сдана в редакцию 01.02.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 685 DOI 10.12737/20223

Проектирование технологических процессов в обувной промышленности с использованием потенциала универсальных САПР ТП*

О. А. Суровцева[1**]
[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Design process in footwear industry using the potential of universal CAD system ***

O. A. Surovtseva[1**]
[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является использование потенциала наукоёмких и универсальных машиностроительных САПР ТП путём их адаптации для решения сложных специализированных задач обувного технологического проектирования, что позволит обеспечить предприятиям отрасли переход на качественно новый уровень решения конструкторско-технологических задач. Теоретической и методологической основой исследования послужили теория моделирования сложных систем, теория исследования операций, метод системно-структурного анализа объектов, метод классификации и кодирования, методология разработки информационных систем, создания баз данных и баз знаний, математическая логика, методика априорного ранжирования факторов. На основе анализа типовой технологии производства обуви и аналогичных методик производства, применяемых на современных обувных предприятиях, разработан сводный технологический процесс сборки обуви различных методов крепления, состоящий из 310 технологических операций, каждой из которых присвоен код. С целью формализации данных о деталях низа обуви составлен перечень структурных блоков, отражающих конструктивно-технологические характеристики обуви, а в пределах каждого блока выделены кластеры, от которых зависит тот или иной набор и последовательность выполнения операций. На основе информации, полученной в результате системно-структурного анализа, разработаны структурно-логические модели проектирования технологического процесса сборки обуви различных методов крепления. Схематичная форма наглядно отображает логику взаимосвязи между кластерами и технологическими операциями. Для обеспечения оперативной, нормативной и информационной поддержки ТПП обувных предприятий была разработана БД «ОбувьПро», позволяющая решать задачи по проектированию технологического процесса на обувном предприятии.

Ключевые слова: технологический процесс, производство обуви, автоматизация, информационное обеспечение, система автоматизированного проектирования, корпоративная информационная система, интегрированные комплексы.

The work objective is to use the capacities of the science-intensive and universal mechanical CAD TP by adapting them to solve complex specialized problems of the footwear process design that will allow industry enterprises transfer to a whole new level of solving design-engineering problems. The theoretical and methodological basis of the study is the theory of complex systems simulation; the operations research theory; the method of system- structural analysis of objects; the classification and coding technique; the methodology of data systems development, databases and knowledgebases creation; the mathematical logic; the method of aprior ranking of factors. On the basis of the standard shoemaking techniques, and similar production techniques used in the modern shoe factories, an aggregate engineering process of the shoes assembly of various construction methods consisting of 310 production steps, each of which is assigned a code, is developed. A list of structuring units characterizing the design-processing footwear specifications is worked out to formalize data on the shoe bottom parts. And the clusters that affect a particular set and operational sequence are allocated within each block. On the basis of the data obtained from the system- structural analysis, structural-logical models of designing the shoes assembly of various construction methods are developed. A schematic form clearly reflects the interrelation logic between the clusters and operational steps. The database “ObuvPro” that allows solving problems on the design process in the shoe factory is developed to ensure the operational, regulatory, and information support for the territorial-production footwear companies.

Keywords: production process, footwear manufacturing, automation, information application, CAD system, enterprise information system, integrated assemblies.

Введение. В широко используемых на обувных предприятиях САПР комплексно решены вопросы автоматизации проектно-конструкторских работ и проектирования раскладок лекал, однако они не затрагивают такие этапы технологического проектирования, как составление технологического процесса на новую модель обуви, разработка технологической схемы производственного потока. Из-за отсутствия координации работ в этом направлении боль-

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail:1354565@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

шинство современных разработок направлено на автоматизацию отдельных, частных задач технической подготовки производства.

В работах [1–3] представлены системы автоматизации проектирования технологического процесса сборки обуви клеевого и ниточных методов крепления, однако они, как и почти все известные на сегодняшний день САПР, решают частные задачи. Недостатком такой «кусочной» автоматизации является отсутствие взаимосвязи решаемых задач и, в конечном итоге, автономное функционирование, что не соответствует требованиям комплексной автоматизации. Это является одной из проблем масштабного внедрения имеющихся систем автоматизированного проектирования технологических процессов (САПР ТП). В наши дни наблюдается быстрое развитие САПР ТП в таких отраслях, как авиастроение, автомобилестроение, тяжелое машиностроение.

Целью исследования является использование потенциала наукоёмких и универсальных машиностроительных САПР ТП путём их адаптации для решения сложных специализированных задач обувного технологического проектирования, что позволит обеспечить предприятиям отрасли переход на качественно новый уровень решения конструкторско-технологических задач.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Провести анализ состояния развития автоматизированных систем технологического проектирования в обувной и других отраслях промышленности в России и в мире;

2. Выполнить сравнительную оценку факторов, оказывающих влияние на качество и эксплуатационные свойства подошв специальной обуви с верхом из кожи хромового дубления литьевого, строчечно-литьевого методов крепления, метода горячей вулканизации и строчечно-горячей вулканизации;

3. Определить кластеры, влияющие на структуру технологического процесса и разработать структурно-логическую модель сборки обуви на основе системно-структурного анализа;

4. Разработать базу данных «ОбувьПро» в рамках САПР ТП «ТехноПро» для автоматизированного проектирования технологического процесса сборки обуви. Разработать методическое обеспечение САПР ТП «ОбувьПро».

Анализ состояния развития автоматизированных систем технологического проектирования в обувной промышленности. В результате анализа существующих технологических САПР установлено, что наиболее распространенными САПР ТП являются: «Вертикаль», «Techcard», «ТехноПро», «TechnologiCS», «T-FLEX Технология». Данные системы не ограничиваются техпроцессами, связанными с токарными операциями, а являются универсальными САПР ТП, пригодными для проектирования техпроцессов практически любого производства.

Одним из наиболее универсальных программных продуктов, который может стать основой создания комплекса интегрированного проектирования, и инструментарием, позволяющим автоматизировать процесс технологического проектирования, является система «ТехноПро», динамично развивающаяся, и зарекомендовавшая себя с положительной стороны. Уникальность системы «ТехноПро» состоит в том, что это единственная САПР ТП, в которой прямой интерфейс модуля «ТехноКад» обеспечивает преобразование геометрических данных из конструкторских САПР в информационную модель «ТехноПро», достаточную для проектирования технологических процессов в автоматическом, полуавтоматическом и диалоговом режимах [4]. Программной средой для реализации «ТехноПро» выбрана наиболее популярная система управления базами данных (СУБД) Microsoft Access, которая имеется на каждом предприятии России, так как она входит в комплект Microsoft Office. Имеется возможность использования ранее созданных на предприятии баз данных по оборудованию, приспособлениям, инструментам.

В основу системы «ТехноПро» заложена возможность ее использования как технологического ядра для формирования интегрированных комплексов на основе CALS (Commerce At Light Speed). При этом в комплексе могут применяться различные наборы CAD/CAM, PDM и АСУП/ERP систем, реализованы универсальные методы сопряжения «ТехноПро» с PDM и ERP.

На основе вышеизложенных достоинств, а также учитывая то, что существует бесплатная учебная полнофункциональная версия для тестирования результатов исследования, за основу была выбрана система «ТехноПро» корпорации «Вектор-Альянс» [4].

Отличительной особенностью САПР ТП является необходимость настройки систем данного класса при внедрении в различных производственных условиях. Изменениям подвергаются, прежде всего, состав и структура баз данных, формы выходной документации, процедуры принятия технологических решений [5–7].

В соответствии с поставленной целью проведены следующие исследования:

– системно-структурный анализ технологического процесса сборки обуви;

– определение кластеров, влияющих на структуру технологического процесса;

– разработка структурно-логической модели сборки обуви;

– формирование универсальной базы данных «ОбувьПро» в рамках САПР ТП «ТехноПро» для автоматизированного проектирования технологического процесса сборки обуви.

Системно-структурный анализ технологического процесса производства обуви. На основе анализа типовой технологии производства обуви и аналогичных методик производства, применяемых на современных обувных предприятиях [8–11], разработан сводный технологический процесс сборки обуви различных методов крепления, состоящий из 310 технологических операций, каждой из которых присвоен код. Таким образом, была сформирована зона всех возможных вариантов получения сборки обуви со всеми кластерами конструкции.

Для обоснования порядка составления схемы технологического процесса и алгоритма его выбора составлена матрица совпадений технологических операций в зависимости от материалов, конструкции и способов обработки деталей и узлов.

С целью формализации данных о деталях низа обуви составлен перечень структурных блоков, характеризующих конструктивно-технологические характеристики обуви, а в пределах каждого блока выделены кластеры, от которых зависит тот или иной набор и последовательность выполнения операций. Таким образом, разработан классификатор, в котором сведения о свойствах обуви (кластеров) представлены в виде полного их перечня (номенклатуры).

На основе информации, полученной в результате системно-структурного анализа, разработаны структурно-логические модели проектирования технологического процесса сборки обуви различных методов крепления. Схематичная форма наглядно отображает логику взаимосвязи между кластерами и технологическими операциями сборки обуви (рис. 1), и является исходной информацией для проектирования базы условий, в которой каждая операция имеет свою логическую функцию, т. е. условие включения в конкретный технологический процесс, что необходимо для проектирования технологического процесса в автоматическом режиме. Взаимосвязь между элементами критериев и технологическими операциями показана с помощью стрелок. Если стрелки пересекаются и на пересечении не стоит точка, это означает, что потоки информации не соединяются, если точка стоит, то они сливаются. Таким образом, произведена формализация технологического процесса сборки обуви, и создана нормативная база для его автоматизированного проектирования на стадии технологической подготовки производства (ТПП).

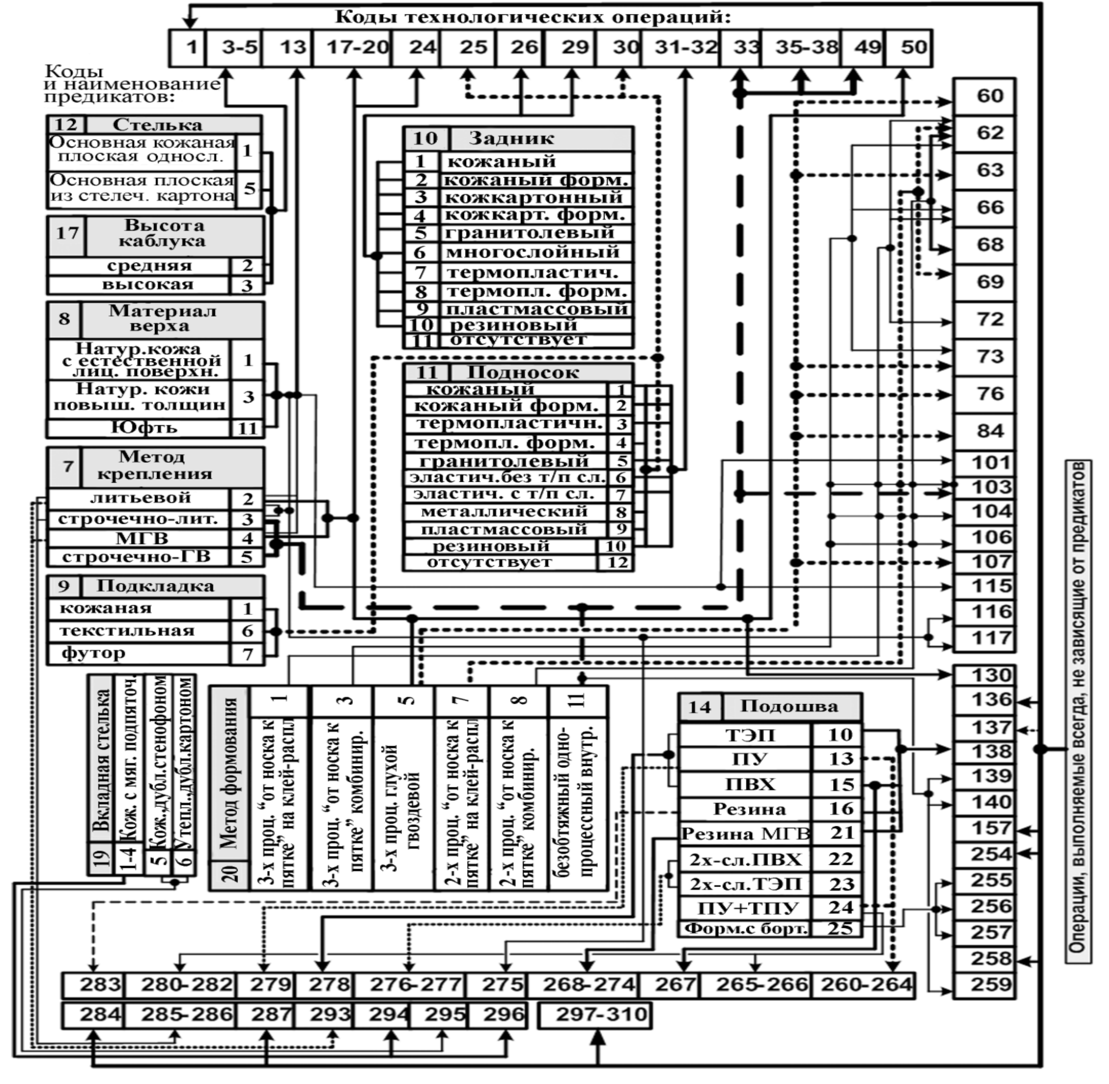


Рис. 1. Структурно-логическая модель технологического процесса сборки обуви методов крепления: литьевого, строчечно-литьевого, прессовой вулканизации, строчечно-прессовой вулканизации

Результаты проектирования технологических процессов сборки обуви в САПР ТП «ТехноПро». Для обеспечения оперативной, нормативной и информационной поддержки ТПП обувных предприятий, была разработана БД «ОбувьПро» (рис. 2) в состав которой входят: база «Общие технологические процессы» (ОТП) с наборами операций, переходов, оснащения, применяемых как при автоматическом, так и при диалоговом проектировании ТП; база «Конкретные технологические процессы» (КТП), в которой проектируются технологические процессы сборки обуви различных методов крепления с дальнейшей выдачей их на печать; «Информационная база» с перечнями технологического оснащения, включая оборудование, приспособления, инструменты, тексты переходов, инструкции, наименования операций, нормы времени, нормы расхода материалов и т. д.; база «Условия и расчеты», в которую вносятся условия выбора операций и оснащения для автоматизированного проектирования ТП, а также необходимые расчеты параметров ТП; база «Конструкторская и нормативная документация»; база «Справочники», которая открывает доступ к базе материалов, справочникам кодирования элементов конструкции изделия и их параметров.

Разработанная БД имеет возможность решать возложенные на нее задачи в минимальные сроки, а также обладает перспективами к её дальнейшему развитию. Получено свидетельство о государственной регистрации базы данных «ОбувьПро», а результаты исследования нашли применение в учебном процессе на кафедре «Технология изделий кожи, стандартизация и сертификация» ИСОиП, филиала ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» в г. Шахты при подготовке специалистов по направлению 262000 «Технология изделий лёгкой промышленности» (профиль «Технология изделий из кожи»). База данных «ОбувьПро» внедрена на двух обувных предприятиях: ЗАО «Донобувь» и ООО «Алекс» в г. Ростова-на-Дону.

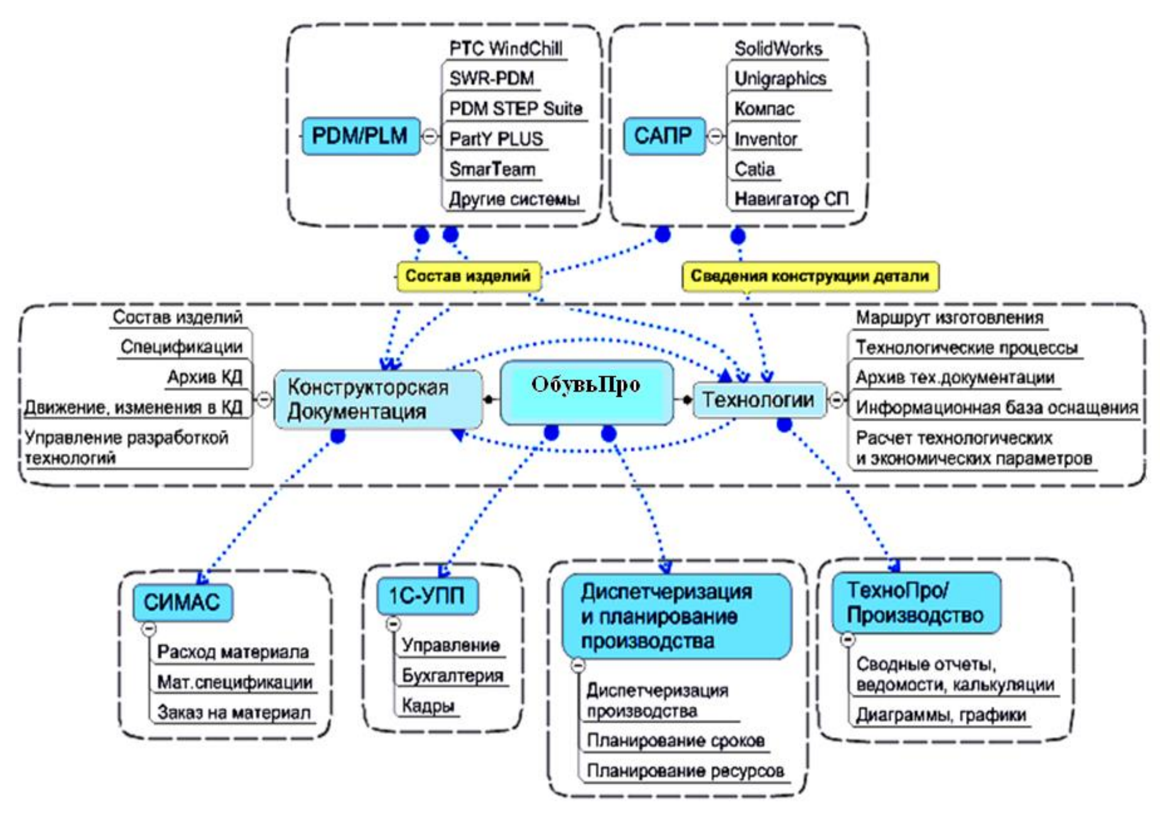


Рис. 2. Схема интегрированного комплекса «ОбувьПро»

Выводы. В рамках машиностроительной САПР ТП «ТехноПро» разработано информационное обеспечение, включающее совокупность сведений, необходимых для выполнения автоматизированного проектирования технологического процесса сборки обуви. Это совокупность баз данных «ОбувьПро», содержащих перечни технологического оснащения: материалы, оборудование, приспособления, инструменты, наименования операций, нормы времени, нормы расхода материалов, условия выбора операций и оснащения для автоматизированного проектирования ТП, справочники кодирования элементов конструкции изделия и их параметров и т. д. Разработано информационное обеспечение в виде совокупности баз данных «ОбувьПро», которое обеспечивает предприятиям отрасли переход на качественно новый уровень решения конструкторско-технологических задач и получение экономического эффекта. В состав базы данных входит «База условий», в которой каждая операция имеет свою логическую функцию, т. е. условие включения в «Конкретный технологический процесс», что необходимо для проектирования технологического процес-

са в автоматическом режиме. Получено Свидетельство о государственной регистрации базы данных «Автоматизированное проектирование технологических процессов сборки обуви «ОбувьПро»» № 2013621353 от 17.10.2013 г.

Библиографический список

1. Старых, О. И. Информационная поддержка технологической подготовки производства обуви / О. И. Старых, Т. В. Тернавская // Кожевенно-обувная промышленность. — 2009. — № 1. — С. 16–18.

2. Высоцкая, А. В. Формализация технологического процесса сборки обуви ниточных методов крепления с целью автоматизации его проектирования / А. В. Высоцкая, Т. В. Тернавская // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2011. — № 5. — С. 129–133.

3. Тернавская, Т. В. Автоматизация проектирования технологического процесса сборки обуви литьевого метода крепления / Т. В. Тернавская, О. А. Суровцева // SWorld : сб. науч. трудов междунар. научно-практич. конф. — 2012. — Т. 6, № 2. — С. 32–33.

4. ТехноПро — технологическая платформа модернизации производства [Электронный ресурс]. — Режим доступа : http://www.tehnopro.com/ (дата обращения : 29.10.2014).

5. Леденев, М. О. Совершенствование методики проектирования технологических процессов сборки обуви с верхом из войлока с применением компьютерных технологий : дис. канд. техн. наук / М. О. Леденев. — Москва, 2011. — 265 с.

6. Нестеров, В. П. Автоматизированная система проектирования технологических процессов производства обуви / В. П. Нестеров. — Москва : Легкая индустрия, 1979. — 200 с.

7. Нестеров, В. П. Проектирование процесса производства обуви / В. П. Нестеров. — Киев : НМК ВО, 1992. — 304 с.

8. Нестеров, В. П. Проектирование процесса производства обуви / В. П. Нестеров, О. С. Закарян. — Киев : Высшая школа, 1985. — 312 с.

9. Нестеров, В. П. Технологическая подготовка обувного производства с применением ЭВМ / В. П. Нестеров, В. Н. Левченко. — Киев : Техника, 1978. — 160 с.

10. Нестеров, В. П. Программированная технологическая подготовка обувного производства : автореф. дис. д-ра техн. наук. / В. П. Нестеров. — Киев, 1975. — 49 с.

11. Luximon, A. Handbook of Footwear Design and Manufacture — Woodhead Publishing. — 2013. — 416 p.

12. Choi, J.C A compact and practical CAD/CAM system for the blanking or piercing of irregular shaped-sheet metal products for progressive working. J Mater Process Technol 110. — 2001. — CrossRef. — P. 36–46.

13. Colombo, G. How to represent design rules in a parametric CAD system. In: proceedings of international symposium on advanced geometric modelling for engineering applications. — 1989. — Berlin, Germany. — P. 2–15.

14. La Rocca G, Krakers L, van Tooren MJL. Development of an ICAD generative model for blended wing body aircraft design. In proceedings 9th symposium on multidisciplinary analysis and optimization. — 2001. — AIAA/ISSMO, Atlanta, USA. — P. 2–13.

References

1. Starykh, O.I., Ternavskaya, T.V. Informatsionnaya podderzhka tekhnologicheskoy podgotovki proizvodstva obuvi. [Information support of footwear process engineering.] Kozhevenno-obuvnaya promyshlennost', 2009, no. 1, pp. 16–18 (in Russian).

2. Vysotskaya, A.V., Ternavskaya, T.V. Formalizatsiya tekhnologicheskogo protsessa sborki obuvi nitochnykh metodov krepleniya s tsel'yu avtomatizatsii ego proektirovaniya. [Formalization of Technological Process of Assemblage of Footwear for the Purpose of Automation of its Designing.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 5, pp. 129–133 (in Russian).

3. Ternavskaya, T.V., Surovtseva, O.A. Avtomatizatsiya proektirovaniya tekhnologicheskogo protsessa sborki obuvi lit'yevogo metoda krepleniya. [Design automation of shoe assembly process by injection moulded construction method.] SWorld: Proc. Int. Sci.-Pract. Conf., 2012, vol. 6, no. 2, pp. 32–33 (in Russian).

4. TekhnoPro — tekhnologicheskaya platforma modernizatsii proizvodstva. [TechnoPro —technological platform of production modernization.] Available at: http://www.tehnopro.com/ (accessed: 29.10.2014) (in Russian).

5. Ledenev, M.O. Sovershenstvovanie metodiki proektirovaniya tekhnologicheskikh protsessov sborki obuvi s verkhom iz voyloka s primeneniem komp'yuternykh tekhnologiy: dis. kand. tekhn. nauk. [Development of design technique of assemblage processes of felt upper shoes using computer technologies: Cand.Sci. (Eng.) diss.] Moscow, 2011, 265 p. (in Russian).

6. Nesterov, V.P. Avtomatizirovannaya sistema proektirovaniya tekhnologicheskikh protsessov proizvodstva obuvi. [Automated system of shoemaking process design.] Moscow: Legkaya industriya, 1979, 200 p. (in Russian).

7. Nesterov, V.P. Proektirovanie protsessa proizvodstva obuvi. [Shoemaking process design.] Kiev: NMK VO, 1992, 304 p. (in Russian).

8. Nesterov, V.P., Zakaryan, O.S. Proektirovanie protsessa proizvodstva obuvi. [Shoemaking process design.] Kiev: Vysshaya shkola, 1985, 312 p. (in Russian).

9. Nesterov, V.P., Levchenko, V.N. Tekhnologicheskaya podgotovka obuvnogo proizvodstva s primeneniem EVM. [Shoemaking process engineering using ECM.] Kiev: Tekhnika, 1978, 160 p. (in Russian).

10. Nesterov, V.P П. Programmirovannaya tekhnologicheskaya podgotovka obuvnogo proizvodstva : avtoref. dis. d-ra tekhn. nauk. [Programmed shoemaking process engineering: Dr.Sci. (Eng.) diss., author’s abstract.] Kiev, 1975, 49 p. (in Russian).

11. Luximon, A., ed. Handbook of Footwear Design and Manufacture. Woodhead Publishing, 2013, 416 p.

12. Choi, J.C, Kim, C. A compact and practical CAD/CAM system for the blanking or piercing of irregular shaped-sheet metal products for progressive working. J Mater Process Technol., 110, 2001, pp. 36–46.

13. Colombo, G. How to represent design rules in a parametric CAD system. Proc. Int. Symposium on advanced geometric modeling for engineering applications. Berlin, Germany, 1989, pp. 2–15.

14. La Rocca, G., Krakers, L., van Tooren, MJL. Development of an ICAD generative model for blended wing body aircraft design. Proc.9th Symposium on multidisciplinary analysis and optimization. AIAA/ISSMO, Atlanta, USA, 2001, pp. 2–13.

Поступила в редакцию 11.02.2016
Сдана в редакцию 12.02.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 681.3.681.5 DOI 10.12737/20225

Применение генетического алгоритма для решения задачи покрытия множеств*

И. С. Коновалов[1], В. А. Фатхи[2], В. Г. Кобак[3]**

[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Application of genetic algorithm for the set-covering problem solution ***

I. S. Konovalov[1], V. A. Fatkhi[2], V. G. Kobak[3]**

[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Рассматриваются взвешенная и невзвешенная задачи нахождения минимального покрытия множеств, а также ее применимость для решения важнейших оптимизационных практических задач, таких как размещение пунктов обслуживания, назначение экипажей на транспорте, проектирование интегральных схем и конвейерных линий. Цель статьи — описание методов повышения эффективности решения данной задачи. Сформулирован принцип работы генетического алгоритма и возможность использования его модификации в качестве метода решения задачи покрытия множеств. Рассматривается жадная стратегия Хватала для решения задачи покрытия. Для решения задач небольшого размера разработан алгоритм полного перебора в качестве точного алгоритма. Описан модифицированный генетический алгоритм, разработанный Нгуеном М. Х. Создано программное средство для сравнения производительности этих алгоритмов. Сделаны выводы о том, что решение задачи покрытия множеств разработанной модификацией генетического алгоритма более эффективно, чем генетическим алгоритмом Нгуена М. Х. и жадной стратегией, причем в задачах небольшого размера полученные результаты отличаются небольшой погрешностью.

The weighed and unweighted minimal set-cover problem, its applicability for the solution of the major optimization practical tasks, such as arrangement of service points, assignment of crews in transport, as well as the integrated-circuit and conveyer lines designing is considered. The paper objective is to describe methods of improving efficiency of this task solution. The principle of operation of the genetic algorithm and the applicability of its modification as a method of the solution to the set-cover problem are defined. Greedy strategy of Chvatal for the set-cover problem solution is considered. An exhaustive algorithm as an exact algorithm for the solution of small-size tasks is developed. The modified genetic algorithm developed by Nguyen M. H. is described. A software tool for comparing the performance of these algorithms is created. It is concluded that the solution of the set-cover problem by our genetic algorithm modification is more effective than by the genetic algorithm of Nguyen M. H. or the greedy strategy. And the results obtained in small-size tasks are noted for insignificant error.

Ключевые слова: генетический алгоритм, задача покрытия множеств, модель Голдберга, алгоритм Нгуена М. Х., жадная стратегия Хватала, полный перебор.

Keywords: genetic algorithm, set-covering problem, Goldberg's model, algorithm of Nguyen M.H., greedy strategy of Chvatal, exhaustive enumeration.

Введение. Задача о покрытии множества является классическим вопросом информатики и теории сложности. Данная задача обобщает *NP*-полную задачу о вершинном покрытии (и потому также является *NP*-сложной).

К задаче о покрытии можно свести многие задачи дискретной оптимизации: стандартизации, упаковки и разбиения множества, построения расписаний. Известна также и обратная сводимость задачи о покрытии к этим задачам.

На практике задачи о покрытии возникают при размещении пунктов обслуживания, в системах информационного поиска, при назначении экипажей на транспорте, проектировании интегральных схем и конвейерных линий и т. д.

Постановка задачи. Дано множество U из n элементов, и набор подмножеств U, $S = \{S_1,\dots, S_k\}$. Каждому подмножеству S_i сопоставлена некоторая неотрицательная стоимость c: $S \to Q^+$. $S' \subseteq S$ является покрытием, если любой элемент из U принадлежит хотя бы одному элементу из S' [1].

Задача о покрытии множествами заключается в нахождении набора подмножеств, покрывающего все множество U и имеющего минимально возможный вес (в случае взвешенной задачи) или минимально возможное число подмножеств (в случае невзвешенной задачи).

Для упрощения понимания задачи рассмотрим следующий пример. Необходимо собрать команду специалистов для корабля. Члены команды должны обладать в совокупности всеми требуемыми навыками, но количество членов команды должно быть минимальным. Это невзвешенная задача покрытия, т. е. «вес» каждого члена группы оди-

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

** E-mail:xigorx92@mail.ru, fatkhi@mail.ru, valera33305@mail.ru

*** The research is done within the frame of the independent R&D.

наков и поэтому не важен. Если же каждому члену команды поставить в соответствие какую-то величину (вес), например, опыт работы, то задача станет взвешенной.

Можно представить задачу в матричном виде [2]. Пусть $A=(a_{ij})$ — произвольная матрица размера m x n с элементами $a_{ij} \in \{0,1\}$ без нулевых строк и столбцов. Будем говорить, что в A строка i покрывается столбцом j, если $a_{ij}=1$. Подмножество столбцов называется покрытием, если в совокупности они покрывают все строки матрицы A. Пусть каждому столбцу поставлено в соответствие положительное число c_j, называемое весом столбца. Требуется найти покрытие минимального суммарного веса. Вводя переменные x_j, равные 1, если столбец j входит в искомое покрытие, и равные 0 в противном случае, приходим к следующей формулировке задачи о покрытии:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min,$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 1, i = 1,...,m, x_j \in \{0,1\}, j = 1,...,n.$$

Обзор алгоритмов решения. Для решения задачи покрытия множеств разработано множество алгоритмов, которые можно разделить на следующие классы: приближенные алгоритмы с априорной оценкой, эвристические алгоритмы, точные алгоритмы [3].

Одним из первых приближенных алгоритмов является жадный алгоритм. Для задачи о покрытии с произвольными весами В. Хватал предложил модификацию жадного алгоритма. Поскольку эвристики носят вероятностный характер, их сложность невозможно оценить априорно. К ним можно отнести методы лагранжевой релаксации, генетические алгоритмы, поиск с запретами, алгоритмы муравьиной колонии, нейронные сети. Примером точных алгоритмов служит метод ветвей и границ.

В данной статье авторы рассматривают жадный алгоритма Хватала, модифицированную модель Голдберга генетического алгоритма и эвристику, разработанную Нгуеном М. Х. Кроме того, показано, насколько результаты работы модифицированной модели Голдберга близки к точному решению, полученному с помощью алгоритма точного перебора.

Жадный алгоритм. В 1979 году В. Хватал предложил жадный алгоритм для задачи о покрытии множествами [4, 5].

Алгоритм Хватала (U, S, c: $S \to Q^+$):

1) $C \leftarrow \varnothing$, $Sol \leftarrow \varnothing$;
2) While $C \neq U$ do:

Найти $S_i \in S - Sol$, у которого

$\alpha_i=c(S_i)/|S_i - C|$ минимально.

$Sol \leftarrow Sol \cup \{S_i\}$.

$C \leftarrow C \cup S_i$ (S_i – самое эффективное),

$price(e) = \alpha_i$ для всех $e \in S_i - C$.

3) Output (Sol).

Рассмотрим принцип работы этого алгоритма. На каждой итерации выбираем самое эффективное множество, удаляем покрытые элементы и продолжаем до тех пор, пока не будут покрыты все элементы. Пусть C — это множество элементов, уже покрытых на предыдущих итерациях. Для каждого множества S_i определим его эффективность как $\alpha_i=c(S_i)/|S_i–C|$. Эффективность множества равна средней стоимости, с которой покрываются элементы этого множества, еще не покрытые на предыдущих итерациях.

Генетический алгоритм. Общая схема работы. Предложенные в 1975 году Джоном Холландом генетические алгоритмы (ГА) основаны на принципах естественного отбора и наследования и относятся к стохастическим методам [6–9]. Эти алгоритмы успешно применяются в различных областях деятельности (экономика, физика, технические науки и т. п.), их используют для решения многих оптимизационных задач. На рис. 1 представлена общая схема работы ГА.

Применение генетического алгоритма для решения задачи покрытия множеств. Представленная схема является общим алгоритмом для решения многих задач, и при применении её к конкретной задаче необходимо выбрать механизм кодирования параметров в гены особи, оптимизационную функцию, условие останова [1]. Авторы модифицировали модель Голдберга и применили ее для решения задачи покрытия множеств. В данном случае оптимизационной функцией будет являться минимизация веса покрытия, а условием останова будет неизменность лучшего решения в течение заданного числа поколений.

Рассмотрим механизм кодирования особи. Каждый индивид k представлен хромосомой, являющейся n-мерным вектором x^k, у которого j-й элемент x^k_j принимает значение 1, если подмножество S_j входит в покрытие, и принимает значение 0, если иначе.

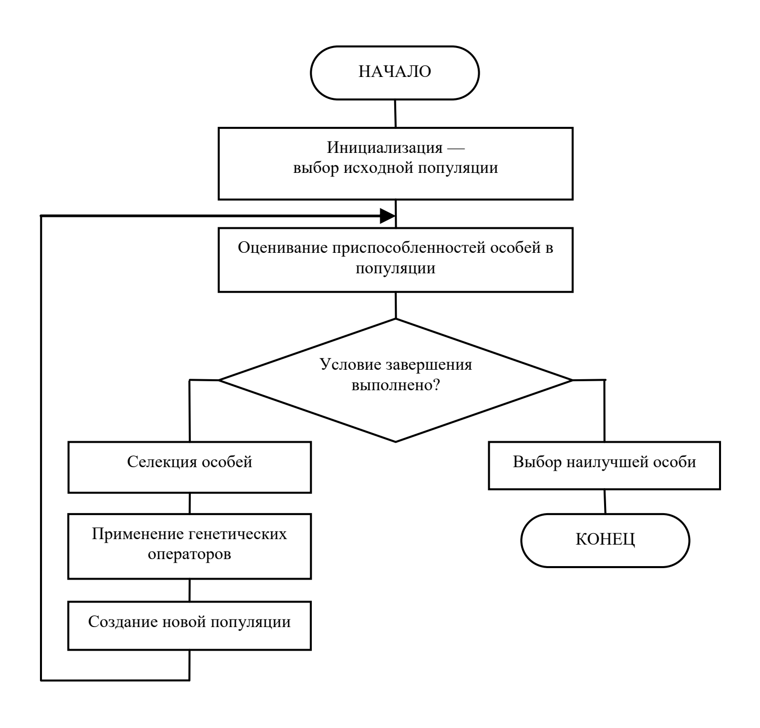


Рис. 1. Общая схема ГА

С таким представлением степень приспособленности f_k индивида x^k может быть рассчитана следующим образом:

$$f_k = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^k ,$$

где c_j — стоимость подмножества S_j.

Таким образом, оптимизационная функция выглядит как $f_k \to \min$.

Для выбора родительских особей используется случайный отбор. В алгоритме используется тип мутации, основанный на изменении случайного гена на противоположное значение. Оператор скрещивания точечный. Выбираются пары хромосом из родительской популяции. Далее для каждой пары отобранных таким образом родителей разыгрывается позиция гена (локус) в хромосоме, определяющая так называемую точку скрещивания — l_k. В результате скрещивания пары родительских хромосом получается следующая пара потомков: $P1$ — потомок, хромосома которого на позициях от 1 до l_k состоит из генов первого родителя, а на позициях от l_k +1 до L — из генов второго родителя; $P2$ — потомок, хромосома которого на позициях от 1 до l_k состоит из генов второго родителя, а на позициях от l_k +1 до L — из генов первого родителя.

Начальное поколение состоит из особей, сформированных случайно с помощью алгоритма, подобному жадному алгоритму.

Очень важная деталь работы генетического алгоритма в том, что при скрещивании и мутации могут появиться особи, соответствующие покрытия которых не существуют, то есть получаются недопустимые решения. Алгоритм проверяет, существует ли покрытие, и если нет, то пытается, в случае скрещивания, выбрать другую вторую родительскую особь, а в случае мутации — выбрать другой ген для его инвертирования. Если и это не «исправит» особь, родитель выбирается заново случайным образом. Потомок заменяет случайно выбранную особь, если его приспособленность выше.

Рассмотрим на примере, как работает генетический алгоритм и как он избавляется от недопустимых решений. Задача представлена в виде матрицы размером 10x10, заполненной "0" и "1". Столбцы матрицы — это подмножества множества U, а строки — элемента множества U. Таким образом, множество $U = \{x_0,\dots,x_9\}$, и оно состоит из 10 подмножеств $S=\{S_0,\dots,S_9\}$. "1" в матрице обозначает, что соответствующее столбцу подмножество покрывает соответствующий строке элемент. Не будем учитывать веса подмножеств, т. е. задача невзвешенная.

x_0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
x_1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
x_2	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
x_3	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
x_4	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
x_5	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
x_6	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
x_7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
x_8	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
x_9	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9

Рис. 2 Матрица подмножеств исходного множества

Используем для поиска покрытия наименьшей мощности ГА с 10 особями.

Каждая особь соответствует определенному покрытию, поэтому длина особи равна 10 и каждый ген $Ch=\{Ch_0,...,Ch_9\}$ соответствует определенному подмножеству. Если ген особи равен "1", то подмножество входит в покрытие, если "0", то не входит.

На начальном шаге алгоритма особи формируются случайным образом. Представим особи и их гены в виде массива, где строка — особь, столбец — ген особи.

особь 0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
особь 1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
особь 2	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
особь 3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
особь 4	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
особь 5	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
особь 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
особь 7	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
особь 8	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
особь 9	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
	Ch_0	Ch_1	Ch_2	Ch_3	Ch_4	Ch_5	Ch_6	Ch_7	Ch_8	Ch_9

Рис. 3 Формирования начальной популяции

На следующем шаге случайно выбрана родительская особь "1". С некоторой вероятностью к ней применяется оператор одноточечного скрещивания, поэтому случайно выбирается вторая родительская особь "2". Точка скрещивания = ген №3. После скрещивания получаем потомка:

1	0	0	0	0	1	0	0	0	1

Покрытие, соответствующее этому потомку, существует. С некоторой вероятностью к потомку применяется оператор одноточечной мутации. Случайным образом выбран ген №9, он меняет свое значение на противоположное.

1	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Но такого покрытия не существует, алгоритм пытается выбрать другой ген, выбран ген №2. Особь-потомок:

1	0	1	0	0	1	0	0	0	1

Такое покрытие существует. Далее в поколении случайно выбирается особь №9, которую, возможно, заменит потомок. Приспособленность потомка равная 4 выше приспособленности особи №9 равной *5*, поэтому он ее заменяет.

Все описанные шаги выбора родительских особей и применения к ним операторов скрещивания и мутации повторяются, пока не будет найдено решение. Алгоритм заканчивает свою работу, если решение не может быть улучшено за заданное число поколений.

Модификация генетического алгоритма Нгуена Минь Ханга. В статье [10] Нгуен Минь Ханг показал свой подход к решению задачи покрытия множеств, основанный на генетическом алгоритме. Особенностью данного подхода является использование модифицированной для задачи покрытия классической модели ГА. Для выбора родительских пар используется метод пропорционального отбора. Каждой особи ставится в соответствие вероятность выбора этой особи, рассчитанная по ее эффективности. Разработан новый оператор кроссовера, суть которого в том, что соответствующий ген для особи-потомка определяется в зависимости от степени приспособленности родителя и от частоты появления этого гена в популяции. Кроме того, используется переменная частота мутации. При применении операторов кроссовера и мутации над индивидами допустимость решения может быть нарушена (т. е. полученный набор не является покрытием множества). Для устранения этого явления предлагается эвристический алгоритм восстановления допустимости решения, одновременно являющийся локальным оптимизационным шагом для увеличения общей эффективности генетического алгоритма.

Анализ производительности алгоритмов. Исследуем вопрос, какой алгоритм получает более точные решения, Голдберга или Нгуена М. Х. В целях сравнения эффективности этих алгоритмов по весам найденных покрытий и временным затратам было разработано программное средство на языке C#. Представлены результаты экспериментов на ПК следующей конфигурации: ОС *Microsoft Windows* 10 *Pro* x64, процессор *Intel(R) Core(TM)* i5-2500K *CPU* 3.30*GHz*, оперативная память 6 Гб. Было проведено по 100 экспериментов с различными матрицами размером nxm, где n — количество подмножеств множества U, m — мощность (количество элементов) множества U. Матрицы заполняются случайным образом "0" и "1".

- Коэффициент заполненности матрицы подмножеств единицами p=0.5.
- Интервал распределения весов подмножеств для взвешенной задачи 1…200 (целые числа), формируются случайным образом.
- Количество подмножеств и количество элементов множества U принимает значения 30x30, 50x50, 100x100, 150x150, 200x200

Приведены результаты сравнения модели Голдберга с различным числом особей (50, 100, 150, 200), жадного алгоритма Хватала и эвристики Нгуена М. Х. (50, 100, 150, 200 особей). Параметры для ГА были заданы следующие:

- вероятность скрещивания = 1,
- вероятность мутации = 1,
- условие останова =100 поколений,
- тип оператора скрещивания — одноточечное,
- тип мутации — одноточечная.

Результаты сравнения алгоритмов для взвешенной задачи по весам покрытий представлены в таблице 1, по времени работы — в таблице 2, для невзвешенной задачи — в таблицах 3 и 4 соответственно.

Таблица 1

Веса покрытий (взвешенная задача)

Алгоритм	30x30	50x50	100x100	150x150	200x200
ГА 50	88,57	65,67	48,98	40,97	32,72
ГА Нгуен50	91,66	67,44	53,67	51,92	50,84
ГА 100	88,51	63,12	46,3	39,57	31,99
ГА Нгуен100	90,34	66,13	49,36	43,58	42,5
ГА 150	87,22	62,76	45,93	38,95	31,25
ГА Нгуен150	89,78	65,71	49,44	41,97	40,21
ГА 200	87,05	62,83	46,22	38,35	30,74
ГА Нгуен200	88,94	65,57	49,54	41,47	38,81
Жадный	98,14	74,56	70,66	91,99	110,24

Таблица 2

Временные затраты работы алгоритмов в мс (взвешенная задача)

Алгоритм	30x30	50x50	100x100	150x150	200x200
ГА 50	254,2886	751,8143	3806,738	9814,355	19801,82
ГА Нгуен50	1850,67	1844,317	1881,946	1957,975	3506,081
ГА 100	488,2043	1387,882	7508,047	18293,5	35186,1
ГА Нгуен100	1931,191	2020,152	2308,606	4333,37	5555,818
ГА 150	703,5788	2036,386	10085,16	25527,69	49748,35
ГА Нгуен150	2065,456	2040,725	2381,178	4973,016	8947,126
ГА 200	926,0862	2684,479	12662,96	32821,01	65370,57
ГА Нгуен200	2075,047	2147,794	5029,717	8576,225	12329,05
Жадный	0,101141	0,216815	0,922629	2,186599	4,014783

Таблица 3

Веса покрытий (невзвешенная задача)

Алгоритм	30x30	50x50	100x100	150x150	200x200
ГА 50	2,96	3,23	4,17	4,84	5,1
ГА Нгуен50	3,28	3,94	4,93	5,45	5,89
ГА 100	2,97	3,12	4	4,71	4,98
ГА Нгуен100	3,05	3,78	4,76	5,26	5,69
ГА 150	2,96	3,03	3,93	4,59	4,98
ГА Нгуен150	3,01	3,73	4,61	5,1	5,62
ГА 200	2,96	3	3,95	4,47	4,92
ГА Нгуен200	3,01	3,7	4,54	5,04	5,61
Жадный	4,66	5,44	6,49	6,92	7,48

Таблица 4

Временные затраты работы алгоритмов в мс (невзвешенная задача)

Алгоритм	30x30	50x50	100x100	150x150	200x200
ГА 50	202,2554	565,297	2066,982	4261,727	7823,984
ГА Нгуен50	1612,93	1629,785	1603,908	1712,292	2627,43
ГА 100	401,6485	1181,412	3979,194	8521,661	14765,89
ГА Нгуен100	1608,363	1651,991	1668	3300,692	4343,407
ГА 150	582,8104	1625,455	5838,935	12848,03	20946,68
ГА Нгуен150	1612,511	1665,563	1679,632	3421,566	5561,238
ГА 200	770,9581	2138,706	7388,203	17932,41	28690,47
ГА Нгуен200	1604,523	1674,239	3351,328	4862,393	6814,878
Жадный	0,102653	0,2312	0,946716	2,236784	4,10912

Алгоритм полного перебора (брутфорс). Полный перебор (*brute force*) — метод решения математических задач. Относится к классу методов поиска решения исчерпыванием всевозможных вариантов. Сложность полного перебора зависит от количества всех возможных решений задачи.

Любая задача из класса *NP* может быть решена полным перебором. При этом, даже если вычисление целевой функции от каждого конкретного возможного решения задачи может быть осуществлено за полиномиальное время, в зависимости от количества всех возможных решений полный перебор может потребовать экспоненциального времени работы.

Суть алгоритма полного перебора для решения задачи покрытия заключается в переборе всех возможных сочетаний разной длины подмножеств исходного множества и, если очередное сочетание является покрытием и его вес минимален, необходимости сохранить его. Из теории множеств известно, что число всех подмножеств множества из n элементов равно 2^n. Другими словами

$$\sum_{k=0}^{n} c_n^k = 2^n.$$

Итак, чтобы получить точное решение задачи размерности 25x25, пришлось перебрать 2^{25}=33554432 вариантов, для этого потребовалось около 2–3 часов, но задача немного большей размерности 30x30 включает 2^{30}=1073741824 вариантов, что уже затруднительно для расчетов.

Для ускорения полного перебора программное средство было модифицировано для распараллеливания вычислений с помощью многопоточности.

Решения, полученные модификацией модели Голдберга с 200 особями, были сравнены с точными решениями, полученными брутфорсом, в задачах размерности до 25x25. Усредненные результаты по 100 экспериментам взвешенной задачи приведены в таблице 5.

Таблица 5

Веса покрытий точного решения и ГА

nxm	ГА	Точное решение
20x20	108,01	107,95
25x25	88,94	88,02

Заключение. Проведено сравнение производительности различных алгоритмов применительно к взвешенной и невзвешенной задачам покрытия множеств. Обе модификации генетического алгоритма намного превосходят жадный алгоритм по весовым показателям получившихся покрытий, но по параметру трудоемкости жадный алгоритм выигрывает с огромным отрывом. Если важна скорость вычислений, то в задачах небольшой размерности можно использовать жадный алгоритм. Чем больше особей в поколении использует ГА, тем лучше результат весов покрытий. ГА с 200 особями лучший из рассмотренных. Но, естественно, чем больше особей, тем дольше работает алгоритм. По сравнению с эвристикой Нгуена М. Х. модифицированная модель Голдберга показывает лучшие результаты, что более заметно в задачах большой размерности, но при этом она использует больше временных ресурсов, ведь операторы скрещивания и мутации с вероятностью 100% применяются для всех особей поколения поочередно, в отличие от механизма Нгуена М. Х. Кроме того, в задачах небольшой размерности ГА на основе модели Голдберга получает решения, очень близкие к точным.

Библиографический список

1. Коновалов, И. С. Сравнительный анализ работы жадного алгоритма Хватала и модифицированной модели Голдберга при решении взвешенной задачи нахождения минимального покрытия множеств / И. С. Коновалов, В. А. Фатхи, В. Г. Кобак // Труды СКФ МТУСИ. — 2015. — Ч. I. — С. 366–370.

2. Еремеев, А. В. Генетический алгоритм для задачи о покрытии / А. В. Еремеев // Дискретный анализ и исследование операций. — 2000. — Т. 7, № 1. — С. 47–60.

3. Еремеев, А. В. Задача о покрытии множества: сложность, алгоритмы, экспериментальные исследования / А. В. Еремеев, Л. А. Заозерская, А. А. Колоколов // Дискретный анализ и исследование операций. — 2000. — Т. 7., № 2. — С. 22–46 .

4. Кононов, А. В. Приближенные алгоритмы для *NP*-трудных задач / А. В. Кононов, П. А. Кононова. — Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т., 2014. — 117 с.

5. Chvatal, V. A greedy heuristic for the set-covering problem // Mathematics of Oper. Res. — 1979. — V. 4, № 3. — P. 233–235.

6. Holland, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, 1975. — P. 245.

7. Goldberg, D. E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Reading, MA : Addison-Wesley, 1989. — P. 432.

8. Батищев, Д. И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач / Д. И. Батищев. — Н. Новгород : Нижегородский гос. ун-т., 1995. — 69 с.

9. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. — Москва : Физматлит, 2010. — 368 с.

10. Нгуен, М. Х. Применение генетического алгоритма для задачи нахождения покрытия множества // Динамика неоднородных систем. — 2008. — Т. 33., Вып. 12. — С. 206–219.

References

1. Konovalov, I.S., Fatkhi, V.A., Kobak, V.G. Sravnitel'nyy analiz raboty zhadnogo algoritma Khvatala i modifitsirovannoy modeli Goldberga pri reshenii vzveshennoy zadachi nakhozhdeniya minimal'nogo pokrytiya mnozhestv. [Comparative analysis of work greedy algorithm of Chvatal and modified Goldberg models weighted in solving the problem of finding minimal coverings of sets.] Trudy SKF MTUSI, 2015, Part I, pp. 366–370 (in Russian).

2. Eremeev, A.V. Geneticheskiy algoritm dlya zadachi o pokrytii. [Ageneric algorithm for the covering problem.] Discrete Analysis and Operations Research, 2000, vol. 7, ser. 2, no. 1, pp. 47–60 (in Russian).

3. Eremeev, A.V., Zaozerskaya, L.A., Kolokolov, A.A. Zadacha o pokrytii mnozhestva: slozhnost', algoritmy, eksperimental'nye issledovaniya. [The set covering problem: complexity, algorithms, and experimental investigations.] Discrete Analysis and Operations Research, 2000, vol. 7, ser. 2, no. 2, pp. 22–46 (in Russian).

4. Kononov, A.V., Kononova, P.A. Priblizhennye algoritmy dlya NP-trudnykh zadac.h [Approximate algorithms for NP-hard problems.] Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2014, 117 p. (in Russian).

5. Chvatal, V. A greedy heuristic for the set-covering problem. Mathematics of Oper. Res., 1979, vol. 4, no. 3, pp. 233–235.

6. Holland, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, 1975, 245 p.

7. Goldberg, D. E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989, 432 p.

8. Batishchev, D.I. Geneticheskie algoritmy resheniya ekstremal'nykh zadach. [Genetic algorithms for solving extreme problems.] N. Novgorod: State University of Nizhni Novgorod, 199, 69 p. (in Russian).

9. Gladkov, L.A., Kureychik, V.V., Kureychik, V.M. Geneticheskie algoritmy. [Genetic algorithms.] Moscow: Fizmatlit, 2010, 368 p. (in Russian).

10. Nguyen, M.H. Primenenie geneticheskogo algoritma dlya zadachi nakhozhdeniya pokrytiya mnozhestva. [Application of genetic algorithm to the problem of finding cover sets.] Dinamika neodnorodnykh system, 2008, vol. 33, iss. 12, pp. 206–219 (in Russian).

Поступила в редакцию 08.02.2016
Сдана в редакцию 09.02.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

БЕЗОПАСНОСТЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА
SAFETY OF HUMAN ACTIVITY



УДК 614.862 DOI 10.12737/20377

Обеспечение безопасности при проведении эвакуации на городских пассажирских подвесных канатных дорогах*

Б. Ч. Месхи[1], А. А. Короткий[2], А. В. Панфилов[3]**
[1,2,3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Evacuation safety provision on urban passenger ropeways ***

B. C. Meskhi[1], A. A. Korotkiy[2], A. V. Panfilov[3]**
[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Рассматриваются вопросы обеспечения безопасности персонала и алгоритм проведения эвакуации на городских пассажирских подвесных канатных дорогах. Цель настоящей работы — сформулировать требования к персоналу для обеспечения безопасности при проведении эвакуации пассажиров с использованием систем резервирования. В работе раскрывается инновационная система постоянного резервирования, при которой используется нагруженный резерв. Выполнение объектом требуемых функций обеспечивается оставшимися элементами без переключений при отказе любого элемента в резервной группе. Рассматриваются технические, технологические и организационные риски при различных сценариях возникновения критических отказов. Сформулированы дополнительные трудовые действия, профессиональные знания и умения, а также экспертным путем оценены риски возможного причинения вреда здоровью персонала, предложены рекомендации по принятию решения по снижению травмоопасности персонала с учетом параметров риска.

Ключевые слова: оценка риска, канатный транспорт, канатное метро, эвакуация пассажиров, требования к персоналу при проведении эвакуации, обоснование безопасности при проектировании, снижение травмоопасности персонала, критический отказ.

The personnel safeguards issues and the evacuation algorithm on the urban passenger ropeways are considered. The paper objective is to formulate the requirements for personnel to ensure safety during the evacuation of passengers with the use of the redundant systems. The innovative constant redundant system with parallel redundancy is described. The implementation of the required function by the object is provided by the remaining elements switchless in case of any element breakdown in the reserve group. Technical, technological and organizational risks for various cases of critical failures occurrence are considered. In the result, extra operations, professional knowledge and skills are formulated; besides, risks of the personal injury are assessed by expertise. Recommendations on the decision-making to reduce the injury risk for the personnel taking into account the risk parameters are offered.

Keywords: risk assessment, rope transport, rope metro, evacuation of passengers, requirements for personnel when performing evacuation, safety justification in design, reducing injury risk for personnel, critical failure.

Введение. Канатный транспорт, в том числе подвесные пассажирские канатные дороги (ППКД), классифицируется как надземные технологические средства непрерывного действия, предназначенным для перемещения людей, находящихся в подвижном составе (кабинах, гондолах или креслах) на значительной высоте (расстояние по вертикали от низшей точки подвижного состава ППКД до земли должно быть не менее:1,5 м до верха деревьев; 2 м до высшей точки здания или сооружения, находящегося под трассой ППКД, а также до верха железнодорожного, автодорожного или судоходного габарита) от уровня земли.

Федеральным законом №116-ФЗ ППКД отнесены к категории опасных производственных объектов III класса (средней) опасности [1].

В настоящее время известны ППКД различных конструкций. Наиболее известные — маятниковые и кольцевые дороги с неотцепляемым и отцепляемым подвижным составом, а также современные многоканатные системы. Новые инновационные конструкции значительно увеличили комфортность и безопасность эксплуатируемого канатного транспорта, что дало возможность применять его в качестве пассажирского в урбанизированной (городской) среде.

Канатные дороги (КД), согласно Федеральным нормам и правилам (ФНП) «Правила устройства и безопасной эксплуатации пассажирских подвесных и буксировочных канатных дорог», представляют собой линейное сооружение, состоящее из фундаментов и (или) комплектного технического устройства, а также установленного на трассе оборудования КД, служащего для перевозки пассажиров посредством канатной тяги [2].

* Работа выполнена в рамках аспирантской подготовки.
** E-mail: reception@dstu.edu.ru, korot@novoch.ru, a.panfilov@bk.ru
*** The research is done within the frame of the postgraduate study plan.

В соответствии со ст. 9 организация, эксплуатирующая ППКД, обязана: обеспечивать укомплектованность персонала[1]; допускать к работе лиц, удовлетворяющих соответствующим квалификационным требованиям; обеспечивать проведение подготовки и аттестации работников в области промышленной безопасности [2].

Основная часть. В последнее время появился инновационный вид канатного транспорта — канатное метро (разновидность канатного транспорта), предназначенный для перевозки пассажиров в урбанизированной среде — между населенными пунктами и непосредственно в мегаполисах, расположенных на пересеченной местности, в том числе с наличием водных преград (река, озеро, пролив и т.д.) [3–6].

Основным отличием канатного метро является наличие промежуточных станций с возможностью переадресации подвижного состава на другие маршруты и практически бесконечная длина транспортирования подвижного состава одним тяговым канатом. В качестве движителя тягового каната выступает распределенный привод, установленный дискретно на промежуточных станциях или линейных опорах [7,8]. Предложенные конструкции канатного транспорта локализуют критические отказы резервирующими системами и позволяют проводить эвакуацию путем перемещения подвижного состава на станцию.

Важнейшей функцией персонала, прописанной в Федеральных нормах и правилах, в том числе в производственных инструкциях, является его участие в эвакуации пассажиров с использованием систем резервирования, при которых необходимо обеспечить ему безопасные условия труда [2].

В соответствии с п. 17. руководство по эксплуатации, разработанное проектной организацией, должно содержать перечень критических отказов и действия персонала в случае инцидента или аварии [2]. При аварийной остановке предусмотрено, что персонал в течение 30 минут должен принять решение о причинах отказа и задействовать механизмы резервирования для доставки пассажиров на станции, используя дополнительные источники питания и аварийный привод. Если эти мероприятия не смогут быть осуществлены, персонал приступает к эвакуации пассажиров по плану спасательной операции. План спасательной операции разрабатывают при соблюдении следующих требований: срок спасательной операции не должен превышать четырех часов; оповещение пассажиров о сложившихся обстоятельствах должно быть осуществлено в течение 15 минут с момента возникновения нештатной ситуации.

С точки зрения безопасности по способам эвакуации пассажиров и условий труда персонала канатные дороги можно условно разбить на два типа. Конструкции канатного транспорта первого типа (одно-, двухканатные системы с отцепляемыми и не отцепляемыми зажимами), обладающими элементами частичного дублирования и предусматривающими проведение спасательной операции, в том числе путем эвакуации пассажиров по вертикали из подвижного состава на землю. Обязательными требованиями к резервированию для первого типа оборудования является наличие второго источника питания и резервного (аварийного) привода. Применение оборудования канатного транспорта первого типа значительно ограничивает их использование в качестве пассажирского транспорта по организации эвакуации в урбанизированной среде.

Современное оборудование канатного транспорта второго типа, например, кольцевые многоканатные системы типа 3S, предусматривает гарантированную доставку пассажиров на станции при любых сценариях критических отказов без спуска пассажиров по вертикали на землю из подвижного состава [6].

Таким образом, для использования канатного транспорта в качестве городской или пригородной инфраструктуры предпочтительно предусматривать оборудование второго типа с наличие систем полного резервирования, гарантирующего доставку пассажиров на станции при любом сценарии критического отказа.

Критические отказы оборудования на канатном транспорте, по месту их возникновения, можно подразделить на 4 категории: отказы на трассе; на приводной и промежуточной станциях; системы управления и отказы привода или оборудования обводной станции.

Для всех критических отказов оборудования составляется своя технологическая карта, предусматривающая элементы, узлы, механизмы и агрегаты для устранения неисправностей, либо системы резервирования. Обязательно указывается трудоемкость выполнения данных работ с учетом квалификации персонала.

Как правило, на канатном транспорте используются системы резервирования в виде дублирования (с кратностью резерва один к одному). Дублирование осуществляется с восстановлением отказавших основных элементов и без нарушения работоспособности системы в целом.

Для проведения эвакуации на канатном метро авторами предлагаются инновационные системы постоянного резервирования, при которых используется нагруженный резерв и, при отказе любого элемента в резервной группе, выполнение объектом требуемых функций обеспечивается оставшимися элементами без переключений. Идея постоянного резервирования заключается в применении распределенного привода. Замена единственного центрального привода (монопривода) на многоприводную распределенную систему приводов по длине трассы, так называемую «активную роликовую батарею», установленную на промежуточных станциях или опорах [7,8].

[1] Персонал — работники организации, осуществляющие эксплуатацию и/или техническое обслуживание КД. Вспомогательный персонал (дежурные по станции, контролеры, проводники) в своей работе подчиняется оператору. Обслуживающий персонал (слесарь-обходчик и электромеханик) в своей работе подчиняется ответственному лицу за содержание ППКД в исправном состоянии и за ее безопасную эксплуатацию.

Помимо функций постоянного резервирования, вышеописанная конструкция обладает и рядом других преимуществ, к которым можно отнести: снижение общей нагрузки на несущий или несуще-тяговый канат (тяговое усилие распределяется только между двумя соседними приводами); уменьшение диаметра каната и его массы; постоянная готовность к использованию; облегченные конструкции в целом (меньше бетонных работ и металлоконструкций); уменьшение энергопотребления (до 30%); упрощение монтажа и сервиса; гибкость планирования трассы; отсутствие ограничения по длине трассы; возможность увеличения скорости дороги и др.

К организационно-технологическим мероприятиям безопасности при эксплуатации канатного транспорта относится разработка плана эвакуации пассажиров, включающего технологические карты выполнения работ по резервированию с учетом трудоемкости и квалификации персонала, с их последующим обучением и регулярной тренировкой для проверки знаний и привития навыков по устранению критических отказов.

Рассмотрим пример критических отказов для кольцевой канатной дороги типа 3S, оснащенной узлами и механизмами резервирования, в том числе опишем действия персонала по возобновлению ее работы (табл.1).

Таблица 1

Критические отказы и соответствующие действия персонала

№ п/п	Наименование отказа, Xi	Место отказа	Действия по устранению критических отказов, Yi
1	Перехлест тягового каната с несущим, X_1	Трасса	Устранение перехлеста тягового каната с помощью специальных средств, Y_1.
2	Частичный сход тягового каната, X_2	Трасса	Подъем тягового каната с помощью инструментов, находящихся на каждой линейной опоре, Y_2.
3	Отказ электропитания, X_3	Станция	Работа с аварийным приводом, используя электропитание от аварийного генератора или от второго источника питания, Y_3.
4	Отказ станционного конвейера на станции, X_4	Станция	Отказ подшипникового узла конвейера, электродвигателя — отсоединение колесного конвейера. Отказ частотного преобразователя — механически соединить колесный конвейер на станционной дуге. Отказ системы управления канатной дороги — работа с аварийным приводом. Отказ система разгона или торможения — запустить систему резервирования по механической или электрической части, Y_4.
5	Отказ приводного механизма, X_5	Привод/обводная станция	Вращение возможно — работа с аварийным приводом. Вращение невозможно — отсоединение приводного механизма, расцеплением цепной муфты, работа со вторым аварийным приводом, Y_5.
6	Отказ подшипникового узла шкива, X_6	Привод/обводная станция	Деактивация основного подшипника — аварийное возвращение канатной дороги на станцию с помощью аварийного подшипника, Y_6.
7	Отказ аварийного привода на приводной станции, X_7	Привод/обводная станция	Ввод в эксплуатацию второго аварийного привода на приводной станции, Y_7.
8	Отказ системы управления канатной дороги, X_8	Управление	Работа с аварийным приводом. Колесные конвейеры приводятся в движение непосредственно по сигналу тахогенератора шкива — через частотный преобразователь, Y_8.
9	Отказ тахогенератора шкива, X_9	Управление	Ручной режим, Y_9.

Особенность процесса эвакуации для канатного транспорта второго типа состоит в устранении различных неисправностей на трассе и на станциях, в том числе используя резервные системы, для восстановления движения подвижного состава в течение отведенного времени силами собственного персонала. Правилами безопасности предусмотрено (ФНП, п. 609), что ответственный за исправное состояние и безопасную эксплуатацию ППКД должен разработать план спасательной операции (организационно-технологические меры) и обеспечить его исполнение. Чтобы

уложиться в отрезок времени (4 часа), отведенный для проведения эвакуации, необходимо произвести расчет численности персонала с учетом сложившейся организации труда и действующей системы управления безопасностью на предприятии.

Для расчета оптимальной численности персонала, участвующего в эвакуации, воспользуемся методами, учитывающими структурную схему резервирования, риск критических отказов и коэффициент готовности элементов резервирования. Целевой функцией в поставленной задаче является минимизация численности персонала при выполнении работ по эвакуации в заданный интервал времени.

$$\sum (Tgi + Tki)/ Ng \leq 240 \quad (1)$$

где Tgi— трудоемкость работ по устранению Y_i-го критического отказа, выполняемого персоналом, связанного с эксплуатацией; Tki — трудоемкость работ по устранению Y_i-го критического отказа, выполняемого персоналом, связанного с ремонтом и обслуживанием; Ng — количество персонала; 240 — максимальное время в минутах, отведенное на эвакуацию.

Количество персонала, связанного с эксплуатацией (Ng), ремонтом и техническим обслуживанием (Mk) зависит от конструкции, типа, количества промежуточных станций ППКД и определяется владельцем с учетом рекомендаций проектировщика:

$$Ng = 2Qi + \mathrm{R} + Mk, \quad (2)$$

где Qi — количество i-х станций, в том числе промежуточных; R — количество лиц, ответственных за содержание ППКД в исправном состоянии и за их безопасную эксплуатацию (определяется штатным расписанием и принятой системой управления безопасностью на предприятии); Mk — количество персонала, выполняющего ремонт и техническое обслуживание (слесарь-обходчик и электромеханик — определяется расчетом).

На первом этапе, анализируются технологические карты по устранению критических отказов, определяются маршруты и трудоемкости выполняемых работ (чел. мин.) по утвержденному плану эвакуации, проводятся фотохронометражные наблюдения на существующих объектах, изучаются технические характеристики оборудования и применяемых средств механизации, анализируется организация труда и системы управления безопасностью на предприятии, оцениваются средства индивидуальной защиты персонала. В табл. 2 представлена форма для внесения исходных данных по трудоемкости критических отказов при выполнении работ по эвакуации для оборудования канатного транспорта второго типа.

Таблица 2

Форма для внесения данных по трудоемкости критических отказов

№ п/п	Наименование критического отказа	Определение причины	Время в пути	Локализация отказа	Устранение причины отказа	Ввод резерва	Возвращение подвижного состава на станцию
		$T1$	$T2$	$T3$	$T4$	$T5$	$T6$
		чел. х мин.					
1	X_i						

Решая поставленную задачу, устанавливается возможность проведения эвакуации с численностью персонала, участвующего только в эксплуатации, либо с привлечением слесарей-обходчиков и электромехаников, находящихся посменно на дежурстве.

Предприятия, эксплуатирующие канатный транспорт, создают структуру управления производственной безопасностью (ПБ) и охраной труда (СУОТ), предусматривающую уголовную ответственность для руководства и административную — для персонала. Следует отметить, что требования промышленной безопасности и охраны труда при эксплуатации канатного транспорта тесно увязаны.

В подразделе «Процедура выявления опасностей травмирования работников и оценки их уровня профессиональных рисков» типового положения о СУОТ отражаются основные составляющие процедуры, к которым относятся:

— идентификация опасностей травмирования персонала;

— оценка профессиональных рисков.

Идентификация опасностей травмирования персонала проводится на всех рабочих местах, где возникает критический отказ, описанный в плане эвакуации, индивидуально для конкретной канатной дороги экспертным методом на основания анализа действия по устранению критических отказов, характеристики трассы, оборудования и инструментов, применяемых при эвакуации, средств индивидуальной защиты персонала и статистических данных.

К персоналу на канатном транспорте, задействованному при эксплуатации, относятся — оператор, дежурный, контролер. Помимо этого, обязательно должны быть в штате слесарь-обходчик и электромеханик, выполняющие ремонт и техническое обслуживание.

Проведение эвакуационных работ сопряжено с определенным индивидуальным риском персонала канатного транспорта, а также пассажиров и лиц, находящихся в зоне потенциальной опасности. При проведении этих работ необходимо обеспечение безопасных условий труда персонала.

Персонал должен осуществлять трудовые действия, обладать определенными профессиональными знаниями и умением, что отражено в производственной инструкции. В тал. 3 авторами сформулированы дополнительные трудовые действия, профессиональные знания и умения, а также экспертным путем оценены вероятность рисков возможного причинения вреда здоровью персонала.

Таблица 3

Требования к персоналу, виды трудовых действий и вероятность рисков

№ п/п	Требования к персоналу	Вид действий, умений и знаний персонала	Вероятность потенциального риска причинения вреда здоровью
1	Трудовые действия	В течение 15 минут информировать ответственного за содержание канатного транспорта в исправном состоянии и за их безопасную эксплуатацию о непредвиденной остановке и невозможности ее повторного запуска в нормальном режиме.	Низкая, менее 10^{-5}
		В течение 15 минут оповестить пассажиров о непредвиденной остановке и необходимости сохранять спокойствие при проведении эвакуации.	Низкая, менее 10^{-5}
		Принятие мер по возврату подвижного состава на станции в течение 3,5 часов, путем определения места критического отказа и времени по включению систем резервирования.	Средняя, $10^{-3} – 10^{-5}$
2	Умения	На протяжении времени проведения эвакуации, через каждые 15 минут, информировать пассажиров о результатах проведения работ, используя средства громкоговорящей связи.	Низкая, менее 10^{-5}
		Использовать средства индивидуальной защиты, приспособлений и инструмента при проведении эвакуации системами резервирования.	Средняя, $10^{-3} – 10^{-5}$
		Документально оформить результаты проведенных мероприятий по эвакуации.	Низкая, менее 10^{-5}
3	Знания	Порядок собственных действий и взаимодействия с персоналом при выполнении работ по эвакуации путем использования систем резервирования.	
		Сроки выполняемых работ по каждой операции, связанной с устранением критических отказов.	
		Порядок информирования оператора о выполненных работах.	
		Состав бригад, перечень оборудования и инструмента, последовательность выдвижения и устранения критических отказов.	
		Точный расчет времени действий персонала (сбор, распределение обязанностей, порядок и маршрут выдвижения).	
		Ответственность за нарушение ФЗ «О промышленной безопасности ОПО» и ФНП «Правила безопасности пассажирских канатных дорог и фуникулеров».	

Выводы. К работникам, эксплуатирующим канатный транспорт, предъявляются требования прохождения подготовки и аттестации в области промышленной безопасности. Предусмотренная нормативными актами аттестации персонала подтверждает высокий уровень его знаний и компетенций, а также готовность адекватно реагировать на устранение критических отказов в процессе эвакуации и экспертная вероятность опасной ситуации.

Следует отметить, что при выполнении своих функций по эвакуации пассажиров персонал канатного транспорта осуществляет работы на высоте. Межотраслевые правила по охране труда относят работы на высоте к работам с повышенной опасностью (4 класс). Условия труда персонала канатного транспорта при проведении эвакуации являются травмоопасными.

Оценку профессиональных (индивидуальных) рисков на рабочем месте для персонала необходимо проводить для всех идентифицированных опасностей травмирования на основе установленных элементов риска — вероятности опасной ситуации, в результате которой может произойти травмирование.

Уровень профессионального риска (величина и степень) персонала рекомендуется определять с применением матрицы оценки риска.

Получив в результате риск-анализа численные значение индивидуального риска, можно принимать рекомендации по снижению опасной ситуации, приведенные в таблице 4.

Таблица 4

Рекомендации по принятию решения по снижению травмоопасности персонала с учетом параметров риска канатного транспорта

Класс травмоопасности и характеристика потенциального риска причинения вреда здоровью	Форма контрольно-надзорного мероприятия	Мероприятий по уменьшению риска травмирования
I класс Чрезвычайно высокий	Экспертиза проектной документации ПБ. Проведение реконструкции канатной дороги.	Внесение изменений в структурную схему канатной дороги, конструкцию систем резервирования, используемое оборудование и применяемый инструмент
II класс Высокий	Экспертиза технологической документации. Разработка нового плана эвакуации	Внесение изменений в план эвакуации и технологическую пооперационную карту использования средств резервирования
III класс Средний	Контроль со стороны отдела охраны труда. Увеличение частоты работы постоянно действующей комиссии по допуску персонала к работе	Увеличение частоты проведения проверки знаний, умений, навыков и тренировок по эвакуации
IV класс Низкий	Ежегодные ТО	Использование существующей системы управления безопасностью[1]

На основании проведенных исследований авторами предлагается:

1. Правила по охране труда при работе на высоте (Приказ Минтруда России от 28.03.2014 №155н ред. от 17.06.2015, зарегистрировано в Минюсте России 05.09.2014 N 33990) дополнить разделом «Требования по охране труда при проведении эвакуации на городском канатном транспорте», отразив в нем потенциальную опасность риска травмирования персонала.

2. Производственную инструкцию работника по эксплуатации, ремонту и техническому обслуживанию канатных дорог дополнить разделом «Трудовые действия, профессиональные знания и умения при проведении эвакуации на городском канатном транспорте», учитывающем специфику действий, умений и знаний, отраженных в плане эвакуации.

Библиографический список

1. О промышленной безопасности опасных производственных объектов [электронный ресурс] : федеральный закон №116-ФЗ от 21.07.1997 (в ред. от 13.07.2015) / Государственная Дума РФ; Совет Федерации Фед. собр. РФ // Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/499004496 (дата обращения : 15.02.2016).

2. Правила безопасности пассажирских канатных дорог и фуникулеров. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности. [электронный ресурс] / Приказ №42 от 06.02.2014 Федеральной службы по экологическому технологическому и атомному надзору / Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/499077072 (дата обращения : 16.02.2016).

3. Короткий, А. А. Перспективы применения канатного транспорта в урбанизированной среде / А. А. Короткий, М. В. Кирсанов, А. В Панфилов. // Градостроительство. — 2013. — № 4 (26). — С. 66–70.

4. Концепция инновационной системы городского транспорта «Канатное метро города Брянска» / А. В. Лагерев [и др.] // Вестник Брянского государственного технического университета. — 2012. — № 3. — С. 12–15.

[1] Учебную спасательную операцию следует проводить не реже одного раза в год на трассе канатной дороги, где спасение пассажиров наиболее затруднено.

5. Месхи, Б. Ч. Концепция развития сети канатного метро в Ростове-на-Дону / Б. Ч. Месхи, А. А. Короткий, В. Б. Маслов //Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11., №8 Вып.2(59). — С. 1348–1355.

6. Короткий, А. А. Канатные дороги нового поколения как элемент пассажирской транспортной инфраструктуры горного кластера Сочи-2014 / А. А. Короткий, А. В. Панфилов. // Безопасность труда в промышленности. — 2014. — № 6. — С. 38–41.

7. Транспортная система ("канатное метро") : патент 2471662 Рос. Федерация / А. А. Короткий, Л. В. Стоцкая, Н. А. Рожков, А. В. Курлыков, Г.В. Кустарев, А. А. Тумасов, Д. А. Короткий, В. Б. Маслов, Д. В. Маслов, А. В. Панфилов. – №2011138129/11 ; заявл. 16.09.2011 ;опубл. 10.01.2013, Бюл.№1. — 2 с.

8. Транспортная система ("канатное метро") : патент 120617 Рос. Федерация / А. А. Короткий, А. В. Лагерев, Б. Ч. Месхи, В.М. Приходько, Г.В. Кустарев, В. Б. Маслов, Д. А. Короткий, М. В. Кирсанов, А. В. Панфилов, И. А. Лагерев. — №2012121284 ; заявл. 23.05.2012 ;опубл. 27.09.2012, Бюл.№27. — 12 с.

9. Работник по эксплуатации, ремонту и техническому обслуживанию канатных дорог [электронный ресурс]: профессиональный стандарт / Министерство труда и социального развития Российской Федерации, приказ от 21 декабря 2015 года N 1061н. // Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/420328929 (дата обращения : 16.02.2016).

10. Правила по охране труда при работе на высоте [электронный ресурс] / Министерство труда России, приказ № 155н от 28.03.2014 (ред. от 17.06.2015) (Зарегистрировано в Минюсте России 05.09.2014 N 33990) / Электрон. фонд правовой и норматив.-техн. документации / Консорциум «Кодекс». — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/499087789 (дата обращения : 16.02.2016).

References

1. O promyshlennoy bezopasnosti opasnykh proizvodstvennykh ob"ektov: federal'nyy zakon №116-FZ ot 21.07.1997 (v red. ot 13.07.2015). [On industrial safety of hazardous production facilities: Federal Law no. 116-FZ of 21.07.1997 (as amended on 13.07.2015).] State Duma RF; Council of Federation of the Federal Assembly of the Russian Federation. Available at: http://docs.cntd.ru/document/499004496 (accessed: 15.02.2016) (in Russian).

2. Pravila bezopasnosti passazhirskikh kanatnykh dorog i funikulerov. Fede-ral'nye normy i pravila v oblasti promyshlennoy bezopasnosti. Prikaz №42 ot 06.02.2014 Federal'noy sluzhby po ekologicheskomu tekhnologicheskomu i atomnomu nadzoru. [Safety rules for passengers of ropeways and funiculars. Federal rules and regulations of industrial security. Order no. 42 of 02.06.2014 of the Federal Service for Ecological, Technological and Atomic Supervision.] Available at: http://docs.cntd.ru/document/499077072 (accessed: 16.02.2016) (in Russian).

3. Korotkiy, A.A., Kirsanov, M.V., Panfilov, A.V. Perspektivy primeneniya kanatnogo transporta v urbanizirovannoy srede. [Prospects of using cableway transport in urbanized environment.] Gradostroitel'stvo, 2013, no. 4 (26), pp. 66–70 (in Russian).

4. Lagerev, A.V., et al. Kontseptsiya innovatsionnoy sistemy gorodskogo transporta «Kanatnoe metro goroda Bryanska». [The concept of innovative urban transport system "Cable metro of Bryansk".] The Bryansk State University Herald, 2012, no. 3, pp. 12–15 (in Russian).

5. Meskhi, B.C., Korotkiy, A.A., Maslov, V.B. Kontseptsiya razvitiya seti kanatnogo metro v Rostove-na-Donu. [Vision of cable metro network in Rostov-on-Don.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 8, iss. 2(59), pp. 1348–1355 (in Russian).

6. Korotkiy, A.A., Panfilov, A.V. Kanatnye dorogi novogo pokoleniya kak element passazhirskoy transportnoy infrastruktury gornogo klastera Sochi-2014. [Cable-Ways of a New Generation as an Element of Passenger Transport Infrastructure in the Mountain Cluster of Sochi 2014.] Occupational Safety in Industry, 2014, no. 6, pp. 38–41 (in Russian).

7. Korotkiy, A.A., Stotskaya, L.V., Rozhkov, N.A., Kurlykov, A.V., Kustarev, G.V., Tumasov, A.A., Korotkiy, D.A., Maslov, V.B., Maslov, D.V., Panfilov, A.V. Transportnaya sistema ("kanatnoe metro"): patent 2471662 Ros. Federatsiy. [The transport system ("Cable Metro").] Patent RF, no. 2471662, 2013 (in Russian).

8. Korotkiy, A.A., Lagerev, A.V., Meskhi, B.C., Prikhodko, V.M., Kustarev, G.V., Maslov, V.B., Korotkiy, D.A., Kirsanov, M.V., Panfilov, A.V., Lagerev, I.A. Transportnaya sistema ("kanatnoe metro"): patent 120617 Ros. Federatsiya. [The transport system ("Cable Metro").] Patent RF, no. 120617, 2012 (in Russian).

9. Rabotnik po ekspluatatsii, remontu i tekhnicheskomu obsluzhivaniyu kanatnykh dorog: professional'nyy standart. [Employee on operations, repair and maintenance of cable ways: occupational standard.] Ministry of Labour and Social Development of the Russian Federation, order of December 21, 2015, no. 1061n. Available at: http://docs.cntd.ru/document/420328929 (accessed: 16.02.2016) (in Russian).

10. Pravila po okhrane truda pri rabote na vysote. Ministerstvo truda Rossii, prikaz № 155n ot 28.03.2014 (red. ot 17.06.2015). [Rules on occupational safety when working at height. Russian Ministry of Labor, order no. 155n of 28.03.2014 (as amended on 06.17.2015).] Available at: http://docs.cntd.ru/document/499087789 (accessed: 16.02.2016) (in Russian).

Поступила в редакцию 22.06.2016
Сдана в редакцию 23.06.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

БЕЗОПАСНОСТЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА
SAFETY OF HUMAN ACTIVITY



УДК 331.453:621.791 DOI 10.12737/20569

Методология и принципы поиска решений, обеспечения безопасности работы сварщиков в стеснённых условиях и на труднодоступных объектах*

Д. А. Корончик [1], Ю. И. Булыгин [2], Д. В. Рогозин [3], А. Л. Гайденко [4], А. Н. Легконогих [5]**
[1,2,3,4,5] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Methodology and principles of searching solutions to ensure safe operation of welders in confined spaces and hard-to-reach places***

D. A. Koronchik [1], Y. I. Bulygin [2], D. V. Rogozin [3], A. L. Gaydenko [4], A. N. Legkonogikh [5]**
[1,2,3,4,5] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью исследования является поиск решений по обеспечению безопасности работы сварщиков на труднодоступных объектах в условиях ограниченного замкнутого пространства с быстрым нарастанием содержания вредных веществ и температуры окружающей среды. Предметом исследования являются системы защиты органов дыхания сварщика, работающего в стеснённых условиях с сильной загазованностью и отсутствием или недостаточностью естественной циркуляции окружающего воздуха. Метод исследования — численное моделирование тепломассопереноса вредных веществ, сварочной аэрозоли и избытков теплоты при нестационарном режиме в трехмерной постановке. Методологией работы является построение математических моделей тепломассопереноса загрязнений на основе классических газодинамических моделей с адаптацией их к конкретным граничным условиям, особенностям различных видов сварки на труднодоступных объектах, в том числе глубоководной сварки и с учетом различных видов теплообмена. Построена классификация труднодоступных объектов и способов сварки. Показано, что полученные математические модели позволяют детально определить физические поля воздействия на сварщиков опасных и вредных производственных факторов.

Ключевые слова: тепломассоперенос, моделирование, вредные вещества, безопасность, сварка под водой.

The study aims at finding solutions to ensure the safe operation of welders for hard-to-reach objects in the limited enclosed space with a rapid rise in the content of harmful substances and ambient air temperature. The research subject is the systems of lung protection for welders working under the constrained conditions with high gaseousness and lack or insufficient natural circulation of the ambient air. The research method is a numerical simulation of heat and mass transfer of the harmful substances, welding aerosols, and excess heat under the transient conditions in the three-dimensional formulation. The work methodology is the construction of mathematical models of heat and mass transfer of the contaminants on the basis of the classical gas flue models with their adaptation to the specific boundary conditions, the characteristics of different types of welding in hard-to-reach places including deepwater welding, and taking into account various types of heat transfer. A classification of hard-to-reach objects and types of welding is worked out. It is shown that the resulting mathematical models allow specifying in detail the physical fields of dangerous and harmful factors impact on the welders.

Keywords: heat and mass transfer, modeling, harmful substances, safety, deepwater welding.

Введение. Проектирование и создание систем и средств защиты оператора-сварщика лежит в области детального математического описания нестационарных процессов тепломассопереноса вредных веществ и избытков теплоты от источников загрязнения. На основе полученных результатов создаётся технология проектирования систем и средств защиты операторов [1].

Основной задачей проекта является поиск решений по обеспечению безопасности работы сварщиков при выполнении сварочных работ на труднодоступных объектах при строительстве и ремонте нефтегазодобывающих платформ на шельфе. Заявленная конечная цель проекта достаточно сложная, поэтому необходимо на первом этапе работ выполнить следующее:

1. Уточнить план научно-исследовательских работ и привести его в соответствие с основной задачей

* Работа выполнена по гранту РФФИ №16-38-60055.
** E-mail: koronchic@mail.ru, dmrogozin@ya.ru, bulyur_rostov@mail.ru, toliamba1@mail.ru, lan-666-121285@mail.ru
*** The research is done on RFFI grant no. 16-38-60055.

проекта, показав новизну каждого этапа работ.

2. В проекте необходимо показать, для каких видов сварки проводятся исследования, так как рассматриваемые в работе объекты исследования (наземные и подводные, полуоткрытые и закрытые) специфичны и сильно отличаются, в том числе и по условиям сварки.

Классификация по объектам исследования. На рис.1 показаны рассматриваемые в проекте объекты исследования, для которых будут выстроены соответствующие нестационарные трехмерные математические модели тепломассопереноса вредных веществ, сварочной аэрозоли и избытков теплоты. Нетрудно заметить, что классификация по объектам исследования соответствует годовым этапам проводимых по проекту работ. На каждом этапе под соответствующий объект авторами разрабатывается математическая и затем расчетная модель массо- теплопереноса загрязнений со своими граничными условиями.

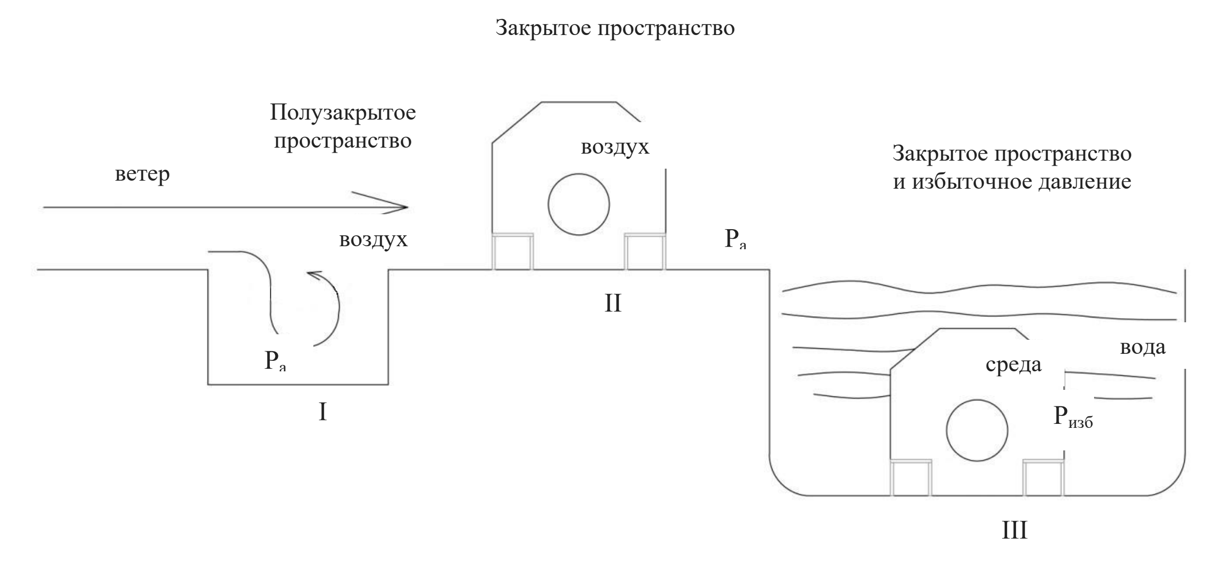


Рис. 1. I, II, III – Объекты исследования проекта

Классификация по способам сварки исследования. К объектам исследования типа I (рис.1) можно отнести выполнение сварочных работ в полуоткрытых пространствах с затрудненными условиями естественной циркуляции окружающего воздуха (ямы, траншеи, колодцы) при ремонте и реконструкции участков существующих газопроводов в городском коммунальном хозяйстве. Наиболее распространённым способом сварки, а в некоторых случая и единственно возможным по техническому обеспечению, является газовая сварка элементов газопроводов из углеродистых и низколегированных сталей [1].

К объектам исследования типа II относятся сварочные работы при строительстве магистральных трубопроводов. Сварка кольцевых стыков труб осуществляется внутри специальных устройств (будок, палаток) с целью недопущения воздействия окружающей среды (порывы ветра, осадки, притоки холодного воздуха) в зоне сварки. Наибольшее распространение находит высокопроизводительная механизированная сварка самозащитной порошковой проволокой Innershield [2,3]. Несмотря на высокую производительность и качество сварных швов, сварка самозащитной порошковой проволокой является наиболее неблагоприятным с точки зрения выделения вредных веществ в зоне сварки, прежде всего за счет выделения фторидов [4]. Эти обстоятельства и определили выбор данного способа сварки в качестве объекта исследования.

Выполнение сварочных работ при строительстве и ремонте нефтегазовых объектов, расположенных в водных территориях шельфов морей и океанов на глубинах более 20 метров, осуществляется внутри кессона, устанавливаемого на свариваемые элементы, ограждая их от воздействия воды. Сварка внутри кессона осуществляется в газовой смеси (как правило, в гелево-кислородной) в резко ограниченном пространстве и действии гидростатического давления [5]. Среди способов сварки преобладают механизированная сварка плавящейся проволокой сплошного сечения в среде активных и инертных газов и самозащитной порошковой проволокой (МИГ/МАГ сварка). Повышенное давление оказывает существенное влияние на условия работы водолаза-сварщика, процесс сварки и состав наплавленного металла [6, 7, 8].

Обобщение способов сварки, применяющихся на объектах исследования, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Способы сварки по объектам исследования

Объект исследования	I	II	III
Способ сварки	Газовая (ацетилено-кислородная) сварка	Механизированная сварка самозащитной порошковой проволокой INNERSHIELD	Механизированная сварка проволокой сплошного сечения в защитных газах; механизированная сварка самозащитной порошковой проволокой

Требования к математическим моделям тепломассопереноса загрязнений и их особенности по объектам и видам сварки. Основной фундаментальной частью исследования является адаптация классической модели непрерывной среды на базе системы уравнений Навье-Стокса к решению комплексной задачи теплообмена со сложными движущимися граничными условиями.

Предлагаемый подход не является оригинальным, однако имеются отдельные синтезированные на предварительном этапе исследований принципы адаптации существующих подходов.

Ввиду сложности поставленной задачи и сделанном акценте на численное моделирование при решении комплексной задачи тепло- и массообмена, следует заключить, что методика исследования выбрана верно.

В работе [9] показано, что в этих условиях можно использовать стандартную $k-\varepsilon$ модель турбулентности, которая реализуется во всех стандартных пакетах CAE. В данной работе был использован пакет SolidWorks Flow Simulations, поскольку позволяет построить расчетные поля концентраций вредных веществ, температур в рабочей зоне сварщика и подвижности воздуха.

Учёт теплопередачи в твердых телах и радиационный теплообмен.

Моделирование процессов диффузии тепла в текучей среде основано на решении уравнений (1) и (2):

$$\frac{d(\rho H)}{dt}+\frac{d(\rho u_i H)}{dx_i}=\frac{d}{dx_i}\left(u_j\left(\tau_{ij}+\tau_{ij}^R\right)+q_i\right)+\frac{dp}{dt}-\tau_{ij}^R\frac{du_i}{dx_j}+\rho\varepsilon+S_i u_i+Q_H; \quad (1)$$

$$q_i=\left(\frac{\mu}{\Pr}+\frac{\mu_t}{\sigma_C}\right)\cdot\frac{dh}{dx_i}, \quad i=1,2,3. \quad (2)$$

где u — скорость потока, ρ — плотность, p — давление, H — удельная энергия, $G_i=-\rho\cdot g_i$ — гравитационная компонента; h — энтальпия, ε — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности; S_i — источник выделения вещества; Q_H — объёмная интенсивность источника теплоты, τ_{ij} — тензор вязких напряжений, τ_{ij}^R — тензор напряжений Рейнольдса; q_i — изменение теплоты; μ — коэффициент динамической вязкости, μ_t — коэффициент турбулентной динамической вязкости, константа σ_c = 0,9, Pr — число Прандтля, x_i — пространственная координата

Теплопередача в твердых телах моделируется на основе решения уравнения (3):

$$\frac{d(\rho e)}{dt}=\frac{d}{dx_i}\left(\lambda\frac{dT}{dx_i}\right)+Q_H, \quad (3)$$

где $e=c\cdot T$, c — удельная теплоемкость, T — температура, λ — теплопроводность, Q_H — удельное (в единице объема) тепловыделение источника тепла.

При численном расчете теплопередачи в твердом теле учитывается, что тело состоит из нескольких слоев с контактными тепловыми сопротивлениями между ними. Конвективный теплообмен между поверхностью твердых тел и текучей средой численно моделируется в пограничном слое потока среды.

Одновременно численно моделируется радиационный теплообмен. Излучающие тепло поверхности задаются абсолютно черными, белыми или идеально серыми телами, что в соответствии с законом Ламберта, позволяет излучение считать диффузным.

Таким образом, излучаемое с единицы поверхности тепло определяется в соответствии с законом Стефана—Больцмана:

$$Q_R-\varepsilon\cdot\sigma_0\cdot T_w^4, \quad (4)$$

где ε — степень черноты поверхности, σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана, T_w — температура поверхности. Соответственно моделируется поглощение и/или отражение радиационного тепла участвующими в радиационном

теплообмене поверхностями. Аналогично излучению от твердых поверхностей моделируется излучение тепла в расчетную область от расположенных в текучей среде границ расчетной области.

Тип задачи, расчетная область. Начальные и граничные условия, сходимость. На I-ом объекте исследования (полуоткрытое пространство) изучаются условия работы сварщиков в ямах при сварке на открытой местности с учетом погодных условий (температуры воздуха, направления и силы ветра), а именно процессы распространения тепломассопереноса вредных веществ, сварочного аэрозоля и избытков теплоты в зоне дыхания сварщиков (рис.2).

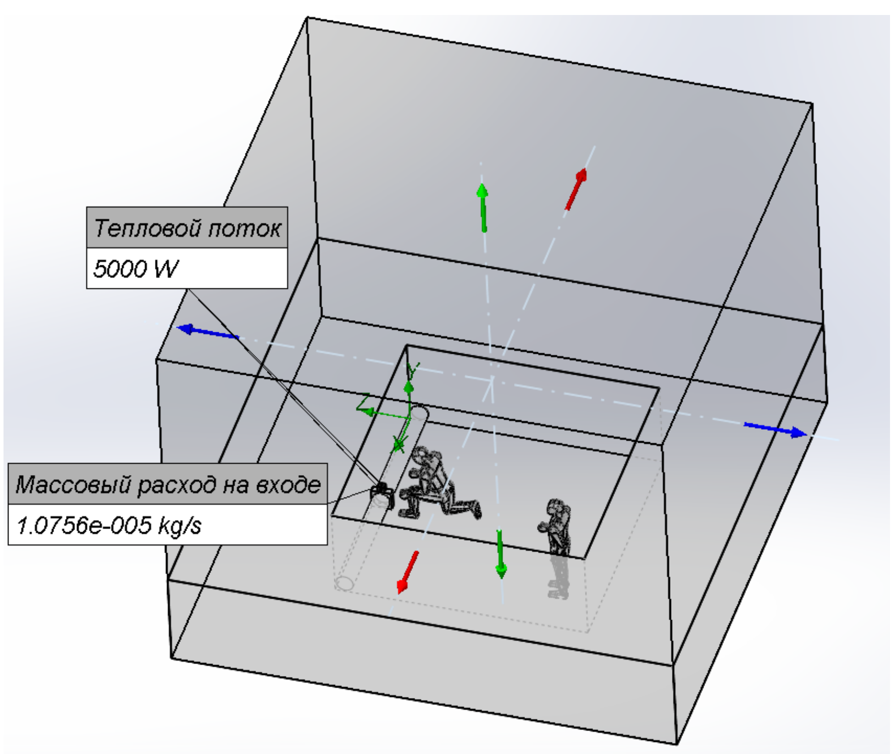


Рис. 2. Модель объекта исследования I (полуоткрытое пространство)
с показанными величинами источниковых членов

Характеристики и свойства модели.

Расчетная область — параллелепипед с основанием 8 х 8 м и высотой 6,1 м. Тип задачи — внешняя. На данный момент построена модель, учитывающая только гравитацию. Теплопроводность в твердых телах, радиационный теплообмен и нестационарность (зависимость изучаемых процессов от времени) планируются учитывать в построении обновленной модели. Текучая среда — воздух. Вредное вещество — оксиды азота. Тип течения — ламинарное и турбулентное, влажность воздуха в модели не учитывалась. Граничные условия на твердой стенке по умолчанию — адиабатическая стенка, шероховатость стенки не учитывалась.

Начальные условия.

Термодинамические параметры: давление — 101325 Па; температура окружающей среды — 0 °С.

Параметры скорости: скорость в направлении X — 0 м/с; скорость в направлении Y — 0 м/с; скорость в направлении Z — 5 м/с.

Параметры турбулентности: энергия турбулентности — 1 Дж/кг; диссипация энергии турбулентности — 1 Вт/кг.

Начальная массовая концентрация: оксиды азота — 0%, воздух — 100%.

Граничные условия: мощность теплового потока на поверхности свариваемой детали — 5 кВт; массовый расход оксидов азота — 1,0756 *10-5 кг/с.

Условие окончания решения — сходимость поставленных целей: массовый расход текучей среды; средняя скорость; массовая концентрация оксидов азота; температура текучей среды.

Начальные и граничные условия II-го и III- го объектов исследования находятся в стадии разработки.

Связь источниковых членов уравнения модели с видом сварки. Точность определения параметров состояния воздуха рабочей зоны сварщика определяется корректностью определения источниковых членов в уравнениях модели.

Качество состояния воздуха рабочей зоны сварщика при ацетилено-кислородной сварке (I-ый объект исследования) зависит от количества выделяемых оксидов азота (доминирующее загрязняющее вещество) и от тепловыделений.

Расчёт выделения оксидов азота произведён по удельным выбросам вредных веществ из источника [10].

Тепловыделение рассчитывается из уравнения экзотермической реакции ацетилена в кислороде [11].

Рассеивание тепловой энергии пламени увеличивается за счет потерь с отходящими газами [12].

Естественно, что при рассмотрении других видов сварки, например, по объектам исследования II и III, необходимо провести дополнительные, в том числе экспериментальные исследования количества и состава выделяющихся вредных веществ и избытков явной теплоты. Эти работы планируются по проекту.

Уточнённые этапы проведения работ по проекту.

Этап 1. Анализ состояния воздушной среды рабочих зон сварщиков, работающих на открытой местности в колодцах, ямах и траншеях (полуоткрытые пространства). Корреляция экспериментальных данных с результатами аттестации непостоянных рабочих мест на вредные условия труда. Аналитический обзор выполненных ранее исследований по изучению источников исследуемых опасных и вредных производственных факторов (ОВПФ) для различных видов сварки в стеснённых условиях и на труднодоступных объектах.

Обзор и анализ технологий сварки, применяемых при работе под водой. Экспериментальные исследования с целью определения исходных данных для математического и компьютерного моделирования.

Этап 2. Разработка моделей процессов выделения вредных веществ и избытков теплоты от источников загрязнения при различных видах сварки в воздух рабочей зоны полуоткрытых (ограниченных) пространств. Обоснование выбора математических моделей тепломассопереноса и их реализация в стесненных условиях. Разработка обобщенных математических моделей процессов распространения вредных веществ и избытков явной теплоты в полуоткрытых (ограниченных) пространствах сложной конфигурации. Этапы 1 и 2 реализуются в 2016 году.

Этап 3. Исследование источников выделения вредных веществ и теплового излучения при выполнении сварочных работ в закрытых пространствах и замкнутых ограниченных объемах (герметичные кабины магистральных трубопроводов, трюмы судов, цистерны и резервуары); в условиях, где невозможно применение традиционных видов вентиляции.

Экспериментальное определение уровней воздействия загазованности, запылённости, повышенной температуры и подвижности воздуха на сварщиков, работающих закрытых пространствах и замкнутых ограниченных объемах.

Этап 4. Разработка программного обеспечения для численного моделирования распространения вредных веществ и избытков теплоты в герметичных кабинах, расположенных на магистральных трубопроводах, в трюмах судов, цистернах и резервуарах с учётом завихрений газовоздушных потоков и различных видов теплообмена. Этапы 3 и 4 запланированы к реализации в 2017 году.

Этап 5. Корректировка математических моделей, уточнение граничных условий. Проверка адекватности моделей по экспериментальным данным для глубоководной сварки. Корректировка и разработка программного обеспечения и проведение модельных численных экспериментов. Уточнение и корректировка разработанных математических моделей на основе результатов экспериментальных исследований. Технология проектирования средств защиты сварщиков, работающих под водой. Методики расчёта систем защиты от пыле- газовыделений, тепловых излучений, по критериям обеспечения санитарно-гигиенических нормативов ПДК, ПДУ.

Этап 6. Разработка рекомендаций по обеспечению ПДК и ПДУ в рабочих зонах сварщиков при ремонте и строительстве нефтегазодобывающих платформ на шельфе. Требования к системам вентиляции в замкнутых ограниченных объёмах. Технология проектирования систем и средств пыле- и тепло-газозащиты сварщиков при работе под водой. Мобильные вентиляционные комплексы, фильтро-вентиляционные установки, индивидуальные средства защиты. Инженерные технические решения обеспечения ПДК и ПДУ в рабочих зонах при работе сварщиков под водой. Этапы 5 и 6 запланированы к реализации в 2018 году.

Выводы.

1. Построенная классификация труднодоступных объектов и классификация по способам применяемой сварки позволили систематизировать и уточнить требования к математическим моделям объектов исследования.

2. Представленные математические модели позволяют детально определить физические поля воздействия опасных и вредных производственных факторов на сварщиков для исследуемых объектов.

3. В дальнейшем на основе численных расчётов будут разработаны конкретные инженерные решения, позволяющие сконструировать систему или средство защиты сварщика.

Библиографический список

1. Сварка стальных газопроводов и газового оборудования в городском коммунальном хозяйстве и энергетических установках : руководящий документ РД 01-001-06 / В. В. Авилкин [и др.] ; ГУП «МОСГАЗ». — Москва : ГУП «МОСГАЗ» ; КПСФ «Спецстройсервис», 2006. — 79 с.

2. СТО Газпром 2–2.2–136–2007. Инструкция по технологиям сварки при строительстве и ремонте промысловых и магистральных газопроводов. Часть I. [Электронный ресурс] / ОАО «Газпром». — 2007. — Режим доступа : http://www.znaytovar.ru/gost/2/STO_Gazprom_2221362007_Instruk.html (дата обращения : 12.06.2016).

3. Сварка при строительстве и ремонте магистральных нефтепроводов : руководящий документ РД-25.160.00-КТН-011-10 [Электронный ресурс] / ОАО «АК “Транснефть”» ; ОАО «Гипротрубопровод». — Режим доступа: http://gisprofi.com/gd/documents/rd-25-160-00-ktn-011-10-svarka-pri-stroitelstve-i-remonte-magistralnyh-neft.html (дата обращения : 02.06.16).

4. Гришагин, В. М. Сварочный аэрозоль: образование, исследование, локализация, применение. / В. М. Гришагин // Томск : Изд-во Томского политехн. ун-та, 2011. — 213 с.

5. Кононенко, В. Я. Гиперборическая сухая подводная сварка (обзор) / В. Я. Кононенко. — Автоматическая сварка. — 2008. — № 4. — С. 44–50.

6. Allume C.J. Effect on pressure on arcs // Proc. of the Int. Conf. of the International Institute of Welding, Trondheim, June 27 28, 1983.- P. 171-178.

7. Bailey N. Welding under water a metallurgical appraisal // Proc. the First Intern, offshore and polar eng. conf., Edinburgh, 11-16, Aug., 1991. - Vol. 4. - P. 331-338.

8. Richardson I. Deflection of a hyperbaric plasma arc in a transverse in a transverse magnetic field // Proc. of the 12th Intern, conf. on offshore mechanics and arctic engi. - 1993. - Vol. 3-A. - P 155-166.

9. Конечно-элементное моделирование процессов массопереноса загрязнений в производственной среде с учетом завихрений воздушных потоков/ Б. Ч. Месхи [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2012. — Т.12, №6(67). — С.10–16.

10. Тищенко, Н. Ф. Охрана атмосферного воздуха. Расчет содержания вредных веществ и их распределение в воздухе / Н. Ф. Тищенко. — Москва : Химия, 1991. — 368 с.

11. Андреев, С. Б. Основы сварки судовых конструкций / С. Б. Андреев, В. С. Головченко. — Санкт-Петербург : Судостроение, 2006. — 552с.

12. Рыкалин, Н. Н. Расчёты тепловых процессов при сварке / Н. Н. Рыкалин. — Москва : Машиностроение, 1951. — 296 с.

References

1. Avilkin, V.V., et al. Svarka stal'nykh gazoprovodov i gazovogo oborudovaniya v gorodskom kommunal'nom khozyaystve i energeticheskikh ustanovkakh : rukovodyashchiy dokument RD 01-001-06. [Welding of steel gas pipelines and gas equipment in municipal engineering and power plants: RD 01-001-06 regulatory document GUP “MOSGAZ”.] Moscow: GUP “MOSGAZ”; KPSF “Spetsstroyservis”, 2006, 79 p. (in Russian).

2. STO Gazprom 2–2.2–136–2007. Instruktsiya po tekhnologiyam svarki pri stroitel'stve i remonte promyslovykh i magistral'nykh gazoprovodov. Chast' I. [Gazprom Company’s code 2-2.2-136-2007. Manual on welding techniques under field and main gas pipelines construction and repair. Part I.] “Gazprom” PJSC, 2007. Available at: http://www.znaytovar.ru/gost/2/STO_Gazprom_2221362007_Instruk.html (accessed: 12.06.2016) (in Russian).

3. Svarka pri stroitel'stve i remonte magistral'nykh nefteprovodov : rukovodyashchiy dokument RD-25.160.00-KTN-011-10. [Welding under main oil pipelines construction and repair: regulatory document RD-25.160.00-KTN-011-10.] “AK “Transneft” PJCS; “Giprotruboprovod”PJCS. Available at: http://gisprofi.com/gd/documents/rd-25-160-00-ktn-011-10-svarka-pri-stroitelstve-i-remonte-magistralnyh-neft.html (accessed: 02.06.16) (in Russian).

4. Grishagin, V.M. Svarochnyy aerozol': obrazovanie, issledovanie, lokalizatsiya, primenenie. [Welding fume: formation, investigation, localization, and application.] Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2011, 213 p. (in Russian).

5. Kononenko, V.Y. Giperboricheskaya sukhaya podvodnaya svarka (obzor.) [Hyperbaric dry underwater welding (Review)] Avtomaticheskaya Svarka, 2008, no. 4, pp. 44–50 (in Russian).

6. Allume, C.J. Effect on pressure on arcs. Proc. of the Int. Conf. of the International Institute of Welding, Trondheim, June 27-28, 1983, pp. 171–178.

7. Bailey, N. Welding under water a metallurgical appraisal. Proc. the First Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Edinburgh, Aug.11-16, 1991, vol. 4, pp. 331–338.

8. Richardson, I. Deflection of a hyperbaric plasma arc in a transverse in a transverse magnetic field. Proc. of the 12th Int. Conf. on offshore mechanics and arctic eng., 1993, vol. 3-A, pp. 155–166.

9. Meskhi, B. C., et al. Konechno-elementnoe modelirovanie protsessov massoperenosa zagryazneniy v proizvodstvennoy srede s uchetom zavikhreniy vozdushnykh potokov. [Finite-element modeling of contamination mass transfer processes in technological environment with regard to airflow turbulence.] Vestnik of DSTU, 2012, vol.12, no. 6(67), pp. 10–16 (in Russian).

10. Tishchenko, N.F. Okhrana atmosfernogo vozdukha. Raschet soderzhaniya vrednykh veshchestv i ikh raspredelenie v vozdukhe. [Air protection. Calculation of the content of harmful substances and their distribution in the air] Moscow: Khimiya, 1991, 368 p. (in Russian).

11. Andreev, S.B., Golovchenko, V.S. Osnovy svarki sudovykh konstruktsiy. [Basics of welding of ship structures.] St.Petersburg: Sudostroenie, 2006, 552 p. (in Russian).

12. Rykalin, N.N. Raschety teplovykh protsessov pri svarke. [Calculations of thermal processes in welding.] Moscow: Mashinostroenie, 1951, 296 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 30.06.2016
Сдана в редакцию 01.07.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

БЕЗОПАСНОСТЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА
SAFETY OF HUMAN ACTIVITY



УДК 621.873 DOI 10.12737/20346

Исследование спектров шума в кабинах козловых кранов*

К. О. Кобзев[1], А. Н. Чукарин[2], В. А. Бондаренко[3]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Investigation of noise spectra in the frame crane cabins †**

K. O. Kobzev[1], A. N. Chukarin[2], V. A. Bondarenko[3]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Рассмотрены методики виброакустических расчетов для кабин козловых кранов, позволяющих как при проектировании, так и при ремонте и модернизации обеспечить выполнение санитарных норм шума путем рационального выбора диссипативных, звукоизолирующих и звукопоглощающих свойств элементов кабин. Вибрация элементов ограждения кабины и, в первую очередь, элементов остекления возникает при передаче вибраций от несущей конструкций крана. Полученные зависимости позволяют определить спектр вибраций каждого элемента кабины и на этой основе уровни звукового давления. Сравнение реальных уровней звукового давления с предельно-допустимыми значениями определяют на этапе проектирования превышения октавных уровней над санитарными нормами. Эти данные являются основой для принятия инженерных решений по снижению уровней шума до нормативных величин.

Ключевые слова: кабина козлового крана, остекление, шумоизоляция, уровень вибраций, уровень шума.

The techniques of vibro-acoustic calculations for the frame crane cabins that allow ensure the implementation of the noise sanitary norms by the rational choice of the dissipative, soundproofing and sound-absorbing properties of the cabin parts during both the design and the repair and modernization are considered. The vibrations of the cabin safeguard parts and, primarily, of the glazing members, occur when transferring vibrations from the crane carriers. The obtained dependences allow determining the vibration spectrum of each member of the cabin and sound pressure levels on this basis. Comparison of real sound pressure levels with the admissible limit values is determined at the designing stage of exceeding the octave levels over the sanitary standards. These data are the basis for making engineering decisions to reduce noise levels to the regulatory values.

Keywords: frame crane cab, glazing, noise insulation, vibration level, noise level.

Введение. В части общего устройства и внутреннего оборудования к кабинам управления козловых кранов предъявляют те же требования, что и к кабинам мостовых кранов. При этом кабины должны соответствовать требованиям ГОСТ 23940–79.

Следует остановиться не только на условиях обзора из кабин, а также на некоторых особенностях, связанных с передвижением их совместно с грузовыми тележками. При работе должно быть обеспечено беспрепятственное наблюдение крановщика за грузом и захватным органом при любых положениях последних по пролету моста и по высоте. Желательно также, чтобы крановщик имел возможность при любом положении кабины наблюдать за всеми четырьмя ходовыми тележками крана и подкрановыми путями. Зону обзора определяют путем графического построения.

При пролетах 16–25 м и отсутствии каких-либо дополнительных требований достаточно удобно управлять краном из неподвижной кабины. Последнюю целесообразно размещать у одной из опор, смещая в пролет на 1–3 м с тем, чтобы уменьшить помехи обзору от стоек опоры [1].

---
* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: kobzevkirill1990@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Для улучшения обзора вдоль моста в боковых стенках кабины желательно предусматривать окна с форточками или сдвижными стеклами для связи с обслуживающим персоналом. В полу кабины (или, по крайней мере, в передней ее части) следует также устраивать окно. Для того чтобы не препятствовать обзору в тыльном направлении, входную дверь с площадкой следует располагать с одной из боковых сторон кабины.

На кранах КС–12,5 грузоподъемностью 12,5 т и пролетом 32 м кабины крепят на кронштейне, который можно устанавливать в любом месте трехгранного решетчатого моста — в зависимости от планировки подкрановой площадки.

На кране с трубчатым мостом грузоподъемностью 12,5 т и пролетом 16 м кабина установлена на площадке стойки жесткой опоры с возможностью установочного поворота относительно вертикальной оси. Однако такие усовершенствования могут устранить недостатки, присущие неподвижным кабинам лишь в отдельных конкретных случаях.

Таким образом, область наиболее целесообразного применения неподвижных кабин ограничивается преимущественно кранами малых пролетов и большепролетными кранами, предназначенными преимущественно для обслуживания складов оборудования и монтажных площадок.

Наиболее распространены схемы, при которых кабина перемещается совместно с грузовой тележкой. Здесь кабину снабжают отдельной рамой, опирающейся одной стороной на пару ходовых колес, а другой — шарнирно соединенной с рамой грузовой тележки. Недостатком такой установки кабины является необходимость соответствующего увеличения длины моста или, по крайней мере, подтележечных направляющих [2–3].

Этот недостаток устранен в кабинах, подвешенных непосредственно к раме грузовой тележки. Однако здесь на кабину в большей мере передаются вибрации рамы тележки, возникающие при работе ее механизмов. Кроме этого, часто не удается обеспечить равномерное распределение нагрузок на ходовые колеса грузовой тележки, что особо неблагоприятно для интенсивно работающих на изгиб поясов решетчатых мостов.

Если у кранов с неподвижным расположением кабины лишь относительно небольшое время грузовая подвеска располагается вблизи от крановщика, то у кранов с подвижной кабиной крановщик постоянно находится вблизи груза. Кабины, как правило, располагают на расстоянии 1,5–2,5 м по горизонтали от грузовых канатов. При этом для того, чтобы обеспечить наблюдение за находящимся на уровне земли грузом, крановщик должен наклонять верхнюю часть туловища на угол 30–45°, что чрезвычайно неудобно при длительной работе (рекомендуемый предельный угол наклона в пределах 10–15°). Здесь следует иметь в виду, что удобному наблюдению за грузом через нижнее стекло препятствуют защитная решетка стекла, относительно ограниченные размеры светового проема, неизбежное загрязнение стекла и, наконец, ноги самого крановщика. Часто наблюдению за грузом мешают также траверса грузовой подвески или закрывающее груз захватное устройство.

Более рационально для обзора в переднем направлении выполнена кабина крана КК–12,5–32, где увеличены размеры нижнего окна, размещенного в наклонной грани, что, однако, несколько усложняет конструкцию каркаса кабины.

Проверки, выполненные как графическим способом, так и непосредственно на эксплуатируемых кранах, показали, что удобная поза крановщика может быть обеспечена при отнесении кабины на расстояние 5–7 м от грузовых канатов. Практически это можно обеспечить только применением кабин, перемещающихся раздельно от грузовой тележки.

В настоящее время такие кабины вследствие усложнения конструкции крана применяют преимущественно на крупных установках. Однако проведенные разработки выявили бесспорную целесообразность оснащения такими кабинами и козловых кранов общего назначения.

Имеются два варианта установки подвижных кабин. По одному из них самоходная кабина перемещается по боковым направляющим в пределах пролетной части моста. Здесь перемещения грузовой тележки и кабины полностью взаимонезависимы, однако у кабины нет выхода на консоли, а установка дополнительных направляющих и консольное крепление кабины несколько усложняют конструкцию крана [9–11].

Кабина, перемещающаяся по общим путям с грузовой тележкой, может быть выполнена самоходной. Однако в этом случае следует предусмотреть средства для уравнения скоростей движения тележки и кабины.

Более простое решение получается при канатном приводном механизме передвижения грузовой тележки. Здесь на кабинной тележке монтируют вспомогательную лебедку, канатоведущий шкив которой охватывается тяговым канатом грузовой лебедки. Шкив соединяется с валом посредством сцепной муфты. При замкнутой муфте и заторможенном шкиве кабина перемещается совместно с грузовой тележкой. При включении лебедки кабина смещается относительно тележки. Наконец, при разомкнутой муфте кабина может быть застопорена в любом удобном для работы месте моста.

У кранов, оснащенных передвижными кабинами, следует обеспечивать безопасный выход из них при остановке в любом месте моста. В ряде конструкций кранов (например, у кранов с двухбалочным мостом или с решетчатым

однобалочным мостом) проблема выхода на мост каких-либо трудностей не представляет. В кранах с однобалочным мостом листовой конструкции и подвесной грузовой тележкой выход через нижнюю грань последнего обычно невозможен. Иногда тележку снабжают телескопической лестницей. В сдвинутом состоянии эта лестница не препятствует проходу тележки под узлами примыкания опорных стоек к мосту. В раздвинутом состоянии лестница позволяет крановщику достигнуть предусмотренной вдоль моста галереи. Для этого же по длине настила галереи предусматривают ряд люков, причем шаг последних должен обеспечивать при любом положении тележки в пролете выход с нее в один из люков.

У кабин, перемещающихся совместно с грузовой тележкой, часто приходится считаться с шумом и вибрацией, возникающими при работе механизмов тележки.

Для защиты от шума и высокочастотной вибрации в узлах подвески кабины целесообразно предусматривать резиновые прокладки или втулки. Корпус кабины должен иметь звукопоглощающую обшивку или покрытие.

У кранов с тонкостенным однобалочным коробчатым мостом или при тонкостенных трубчатых поясах часто мост или пояса играют роль резонатора. В особенности они усиливают шум, возникающий при передвижении грузовой тележки с неточно установленными ходовыми колесами. Для снижения шума целесообразно устанавливать подтележечные направляющие на неметаллических подкладках, например, на пластинах из полиэтилена толщиной 2–3 мм. Однако наилучшие результаты дает применение пластмассовых ходовых колес.

Для снижения уровня вибраций следует применять демпфирующую подвеску кабины. Такие подвески в настоящее время стали внедрять на мостовых и козловых кранах.

Основная часть. Для кабин козловых кранов отсутствуют методики виброакустических расчетов и проектирования, позволяющих как при проектировании, так при ремонте и модернизации обеспечить выполнение санитарных норм шума путем рационального выбора диссипативных, звукоизолирующих и звукопоглощающих свойств элементов кабин.

Таким образом, решение задачи снижения уровней шума в кабинах локомотивов до предельно-допустимых значений и улучшение за этот счет условий труда крановщиков является актуальной.

Теоретическое исследование уровней шума в кабинах козловых кранов основано на характерных особенностях условий эксплуатации и конструкции кабин крановщиков. В частности — козловые краны эксплуатируются в открытом пространстве; кабины козловых кранов имеют большую степень остекления. Действительно, передняя и боковые панели практически полностью состоят из элементов остекления [4–7].

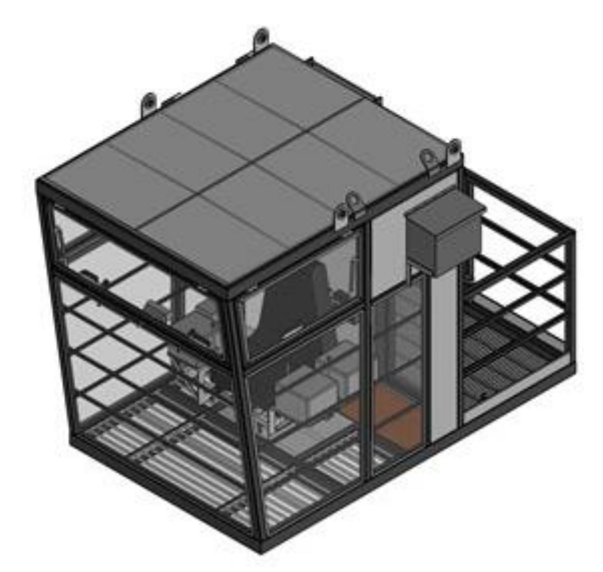


Рис. 1. Чертеж закрытой кабины крановщика козлового крана

Расчет виброакустических характеристик кабины козлового крана, как энергетически замкнутых конструкций, имеющих форму тонкостенного прямоугольного параллелепипеда, основан на уравнениях энергетического баланса, которые имеют следующий вид:

$$\sum_{1}^{7}\alpha_{ij}l_{ij}q_i-\sum_{1}^{7}\alpha_{ji}l_{ij}q_j-\delta_j S_j q_j+K^{*-1}N=0,$$

где α_{ij},α_{ji} — коэффициенты передачи энергии между стенками кабины; l_{ij} — длина линии контакта, м; q_j — потоки вибромощности в элементах кабины, Вт/м; l_{ij} — коэффициент

поглощения энергии в элементе ограждения, 1/м; S_j — площадь элемента кабины, м^2; N — вибромощность, передаваемая в пол при движении локомотива, Вт; K^* — коэффициент передачи вибрации на пол кабины.

Моделирование уровней шума внутри кабины при воздействии воздушной составляющей шума. Вывод зависимостей уровней звукового давления в кабинах козловых кранов основано на данных работ Л.П. Осипова, Д.Р. Гужаса, Н.И. Иванова [1]. На основе этих исследований в данной работе получено выражение уровней звукового давления в кабине крановщика, создаваемые внешними источниками шума получено в следующем виде:

$$L = L_{P\sum} + 10\lg\frac{1}{4\pi r_1^2} - 3U_i + 10\lg\frac{2,2(1-\alpha)}{\alpha},$$

где $L_{P\sum}$ — суммарные уровни звукового давления, создаваемые внешними источниками шума в непосредственной близости от элементов ограждения кабины; $3U$— звукоизоляция соответствующего элемента ограждения; r — расстояние от соответствующего источника внешнего шума до геометрического центра соответствующего элемента ограждения кабины; α — средний коэффициент звукопоглощения кабины.

«Слабыми» элементами ограждения кабины являются элементы остекления, которые представляют собой прямоугольные элементы ограниченных размеров.

Звуковая энергия излучается во внутренний воздушный объем кабины. Теоретическое значение звукового давления плоского источника, создаваемого под действием внешнего звукового давления, определяется по формуле:

$$P = L_{P\sum} + \left(\frac{0,64S_{oi}}{r_i^2} + \frac{2,2(1-\alpha)}{\alpha}\cdot\frac{S_{oi}}{S_k}\right),$$

где S_{oi} — площадь элемента остекления; S_K — площадь внутренний поверхности кабины.

Вывод зависимостей структурного шума в кабине

Вибрация элементов ограждения кабины и, в первую очередь, элементов остекления возникает при передаче вибраций от несущей конструкций крана. Уровни звукового давления структурной составляющей шума определяются по формуле:

$$L_{C\Sigma} = 10\lg\sum_1^n 10^{0,1L_{oi}},$$

где n — количество элементов остекления.

Для расчета структурной составляющей шума удобнее при расчете использовать уровни скоростей колебаний. Поэтому в основную формулу положена зависимость

$$L_C = 20\lg V_i + 10\lg\left(\frac{0,16}{r_i^2} + \frac{2,2}{B_K}\right) + 146,$$

$$B_K = \frac{\sum\alpha_i S_i}{1-\alpha},$$

где V_i — скорости колебаний элементов ограждения, B_K — постоянная кабины, α_i — частотно-зависимые коэффициенты звукопоглощения элементов кабины.

Тогда уровни звукового давления в кабине, создаваемые одновременным воздействием воздушной и структурной составляющей шума, определяются энергетическим суммированием

$$L = 10\lg\left(10^{0,1L_B} + 10^{0,1L_C}\right).$$

Коэффициенты передачи энергии между элементами кабины соответствуют Г-образному контакту и определяются следующим образом:

$$\alpha_{in} = \frac{\psi(\mu_{in})\tau_{in}}{\pi},$$

$$\tau_{in} = \lambda\left(\mu_{in}^{1,25} + \mu_{ni}^{1,25}\right); \mu_{in} = \frac{h_n}{h_i}; \mu_{ni} = \frac{h_i}{h_n},$$

$$\mu_{in} < 1L : \psi(\mu_{in}) = \frac{1}{3}\left[(1+\mu_{in})E\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\mu_{in}}\right) - (1-\mu_{in})F\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\mu_{in}}\right)\right],$$

$$\mu_{in} \geq 1L : \psi(\mu_{in}) = \frac{1}{3}\left[(1+\mu_{in})E\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\mu_{in}}\right) + (1-\mu_{in})F\left(\frac{\pi}{2};\sqrt{\mu_{in}}\right)\right],$$

где E и F — полные эллиптические интегралы, определяемые по таблицам работы.

Коэффициенты поглощения энергии по данным работы задаются следующими формулами:

$$\delta = \frac{\eta_i \pi f_i}{c_u},$$

где f — эффективный коэффициент потерь колебательной энергии несущей конструкции, являющийся частотно-зависимой величиной; ῆ — собственные частоты колебаний соответствующего элемента ограждения, Гц; c — длина изгибной волны в соответствующем элементе, м/с

$$c_u = 0,535\sqrt{2\pi f_i \frac{E}{\rho\left(1-\mu^2\right)} h_i},$$

Из энергетических потоков в элементах ограждения и определяются виброскорости на собственных модах колебаний [6–8]:

$$V_i = \sqrt{\frac{q_i}{2c_u m_0}},$$

где m_0 — распределенная масса, кг/м^2.

Из полученных выражений видно, что добиться снижения шума на рабочих местах машинистов возможно за счет рационального подбора двух параметров — виброизоляции источников вибрации и эффективного коэффициента потерь колебательной энергии элементов ограждения кабины. В свою очередь, требуемое значение коэффициента потерь может быть достигнуто применением многослойных стенок с введением демпфирующих элементов. В этом случае суммарный коэффициент потерь колебательной энергии определяется зависимостью

$$\eta = \frac{\eta_H B_H + \sum_{i=1}^{n} \eta_i B_i}{B_H + \sum_{i=1}^{n} B_i},$$

$$B_H = \frac{E_H h_H^3}{12\left(1-\mu_H^2\right)},$$

где η_H и B_H — коэффициент потерь и цилиндрическая жесткость пластины несущей конструкции; η_i и B_i — коэффициент потерь и цилиндрические жесткости вибродемпфирующих элементов.

Передача вибрации на элементы остекления осуществляется через соответствующие стенки. Коэффициент передачи вибрации определяется для условий линейного соединения

$$\tau_{OH} = \left[\frac{\mu_{OH}^{1,25} + \mu_{OH}^{0,75} + \mu_{HO}^{0,75} + \mu_{HO}^{1,25}}{1 + 0,5\left(\mu_{HO}^{2} + \mu_{OH}^{0,5}\right) + \mu_{HO}^{0,5} + \mu_{OH}^{0,5}}\right]^2.$$

В данном выражении индекс «н» относится к несущей конструкции, а «о» — к элементам остекления.

Уравнение энергетического баланса для одного элемента остекления определяется следующим образом

$$q_H\, 2\left(l_1 + l_2\right)\alpha_{HO} = \delta_0 S_0 q_0 + \alpha_{OH}\, 2\left(l_1 + l_2\right) q_0.$$

Из этого уравнения определяется поток вибрационной мощности остекления

$$q_0 = \frac{q_H\, 2\left(l_1 + l_2\right)\alpha_{HO}}{\delta_0 S_0 + \alpha_{OH}\, 2\left(l_1 + l_2\right)}.$$

Из этого выражения определяется скорость колебаний остекления

$$V_{Oi} = 27 \cdot 10^{-4}\sqrt{\frac{q_H\left(l_1 + l_2\right)\alpha_{HO}}{0,25\sqrt{\frac{f_0}{h_0}}\delta_0 S_0 + \alpha_{OH}\left(l_1 + l_2\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{f} \cdot h_0^{3/2}}}.$$

Уровни шума в кабинах создаваемых вибрацией элементов ограждения, определяется известной зависимостью

$$L_{cmp} = L_{Wi} + 10\lg\left(\frac{x}{2\pi r^2} + \frac{4\psi}{B_Л}\right),$$

где L_{Wi} — уровни звуковой мощности, излучаемой элементами ограждения, дБ, Следует учесть для расчета уровней шума в кабине крана кроме шести элементов несущей конструкции кабины десять стекол.

Уровни звуковой мощности, в данном случае плоских излучателей, определены как

$$L_W = 10\lg\frac{\rho_0 c_0 V_i^2}{10^{-12}}.$$

Тогда с учетом вышеуказанных выражений приведем зависимость для определения уровней структурного шума к следующему виду

$$L_{3i} = 20\lg K_i + 10\lg\left(0,25 + \frac{S\left(S_\Sigma - 1,3\sum_{i=1}^{14}\alpha_i^f S_i\right)}{S_\Sigma - \sum_{i=1}^{14}\alpha_i^f S_i}\right) + 140.$$

Вывод. Полученные зависимости позволяют определить спектр вибраций каждого элемента кабины и на этой основе уровни звукового давления. Сравнение реальных уровней звукового давления с предельно-допустимыми значениями определяют на этапе проектирования превышения октавных уровней над санитарными нормами. Эти данные являются основой для принятия инженерных решений по снижению уровней шума до нормативных величин.

Библиографический список

1. Иванов, Н. И. Основы виброакустики : Учебник для вузов / Н. И. Иванов, А. С. Никифоров. — Санкт-Петербург : Политехника, 2000. — 482 с.
2. Борьба с шумом на производстве : Справочник / под ред. Е. Я. Юдина. — Москва : Машиностроение, 1985. — 400 с.
3. Чукарин, А. Н. О расчете корпусного шума шпиндельных бабок станков токарной группы / А. Н. Чукарин, А. А. Феденко // Надежность и эффективность станочных и инструментальных систем. — Ростов-на-Дону, 1993. — С. 74–78.
4. Расчеты на прочность в машиностроении / под ред. С. Д. Пономарева. — Москва : Машгиз, 1959. — 884 с.
5. Чукарин, А. Н. Теория и методы акустических расчетов и проектирования технологических машин для механической обработки / А. Н. Чукарин. — Ростов-на-Дону, 2004. — С.165.
6. Бондаренко, В. А. Уточнение расчета акустических экранов устанавливаемых в производственном помещении / В. А. Бондаренко, И. В. Богуславский, С. С. Подуст // Вестник Дон. гос. техн. ун-та, №1. — 2014. —С. 93–97.
7. Никофоров, А. С. Акустическое проектирование судовых конструкций. / А. С. Никифоров. — Липецк : Судостроение, 1990. — 200 с.
8. Козочкин, М. П. Методы снижения шума металлорежущих станков и их узлов: метод. рекомендации / М. П. Козочкин. — Москва: 1986. — 68 с.
9. Перечень вибропоглощающих материалов и конструкций, рекомендованных к применению в народном хозяйстве. / Акустический институт Академии наук СССР. — Москва: Машиностроение, 1978. — 38с.
10. Тартаковский, Б. Д. Научные и практические вопросы создания серийного производства вибропоглощающих материалов и покрытий и вибродемпфированных конструкций / Б. Д. Тартаковский // Материалы всесоюзного совещания по проблемам улучшения акустических характеристик машин. — Звенигород., 27–29 окт., 1988 год — Москва, 1988. — С. 36–47.
11. Справочник по судовой акустике / под ред. И. И. Клюкина, И. И. Боголепова. — Липецк : Судостроение, 1978. — 379 с.

References

1. Ivanov, N.I., Nikiforov, A.S. Osnovy vibroakustiki. [Fundamentals of Vibroacoustics.] St.Petersburg: Politekhnika, 2000, 482 p. (in Russian).
2. Yudin, E.Y., ed. Bor'ba s shumom na proizvodstve: Spravochnik. [Handbook of noise abatement in manufacturing.] Moscow: Mashinostroenie, 1985, 400 p. (in Russian).
3. Chukarin, A.N., Fedenko, A.A. O raschete korpusnogo shuma shpindel'nykh babok stankov tokarnoy gruppy. [On calculation of structure-borne noise of spindle heads of lathe tool group.] Nadezhnost' i effektivnost' stanochnykh i instrumental'nykh sistem. [Reliability and efficiency of machine tools and systems.] Rostov-on-Don, 1993, pp. 74–78 (in Russian).
4. Ponomarev, S.D., ed. Raschety na prochnost' v mashinostroenii. [Stress calculations in Mechanical Engineering.] Moscow: Mashgiz, 1959, 884 p. (in Russian).
5. Chukarin, A.N. Teoriya i metody akusticheskikh raschetov i proektirovaniya tekhnologicheskikh mashin dlya mekhanicheskoy obrabotki. [Theory and methods of acoustic calculations and design of technological machines for tooling.] Rostov-on-Don, 2004, 165p. (in Russian).

6. Bondarenko, V.A., Boguslavskiy, I.V., Podust, S.S. Utochnenie rascheta akusticheskikh ekranov ustanavlivaemykh v proizvodstvennom pomeshchenii. [Adjustment of acoustic baffles calculation set in the shopfloor.] Vestnik of DSTU, 2014, no. 1, pp. 93–97 (in Russian).

7. Nikiforov, A.S. Akusticheskoe proektirovanie sudovykh konstruktsiy. [Acoustic designing of ship structures.] Lipetsk: Sudostroenie, 1990, 200 p. (in Russian).

8. Kozochkin, M.P. Metody snizheniya shuma metallorezhushchikh stankov i ikh uzlov: metod. Rekomendatsii. [Methods of noise abatement of machine tools and their components.]. Moscow, 1986, 68 p. (in Russian).

9. Perechen' vibropogloshchayushchikh materialov i konstruktsiy, rekomendovannykh k primeneniyu v narodnom khozyaystve. [List of vibration-absorbing materials and structures recommended for use in the national economy.] Acoustic Institute of AS USSR. Moscow: Mashinostroenie, 1978, 38p. (in Russian).

10. Tartakovskiy, B.D. Nauchnye i prakticheskie voprosy sozdaniya seriynogo proizvodstva vibropogloshchayushchikh materialov i pokrytiy i vibrodempfirovannykh konstruktsiy. [Scientific and practical issues of creating mass production vibration-absorbing materials and coatings, and vibro-damped structures.] Materialy vsesoyuznogo soveshchaniya po problemam uluchsheniya akusticheskikh kharakteristik mashin. [Proc. All-Union Conf. on the problems of improving machine acoustic characteristics.] Zvenigorod — Moscow, 1988, pp. 36–47 (in Russian).

11. Klyukin, I.I., Bogolepov, I.I., eds. Spravochnik po sudovoy akustike. [Handbook of ship acoustics.] Lipetsk: Sudostroenie, 1978, 379 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 19.06.2016
Сдана в редакцию 20.06.2016
Запланирована в номер 07.07.2016

Сведения об авторах

Алехин, Алексей Сергеевич,
alekalh@yandex.ru
Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты, Российская Федерация

Алехин, Сергей Николаевич,
alex_cn@mail.ru
Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты, Российская Федерация

Боков, Анатолий Иванович,
u_oley@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Бондаренко, Вероника Александровна,
Kobzevkirill1990@mail.ru
Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Булыгин, Юрий Игоревич,
bulyur_rostov@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Гайденко, Анатолий Леонидович,
toliamba1@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Гранков, Михаил Васильевич,
mv_2@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Гребенкин, Роман Викторович,
Roman-viktorovich@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Григорян, Лусинэ Арсеновна,
andreysoukhinov@gmail.com
Северо-Кавказский федеральный университет, Российская Федерация

Губанова, Александра Анатольевна,
anatoliya81@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Добычин, Михаил Васильевич,
mr.kep@yandex.ru
Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К. А. Тимирязева, Российская Федерация

Заковоротный, Вилор Лаврентьевич,
vzakovorotny@dstu.edu.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Зубрилина, Елена Михайловна,
Elena-zubrilina@rambler.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Князев, Сергей Юрьевич,
ksy@donpac.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Кобак, Валерий Григорьевич,
valera33305@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Кобзев, Кирилл Олегович,
Kobzevkirill1990@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Коновалов, Игорь Сергеевич,
xigorx92@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Корончик, Денис Алексеевич,
koronchic@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Короткий, Анатолий Аркадьевич,
korot@novoch.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Кочубей, Анатолий Анатольевич,
watchbox@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Кравченко, Игорь Николаевич,
kravchenko-in71@yandex.ru
Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К. А. Тимирязева, Российская Федерация

Лебедев, Валерий Александрович,
va.lebidev@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Легконогих, Александр Николаевич,
lan-666-121285@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Лукьянов, Александр Дмитриевич,
lex1998@rambler.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Лукьянов, Антон Алексеевич,
Pingppc2@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Лукьянов, Виталий Федорович,
vfl1@bk.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Месхи, Бесарион Чохоевич,
reception@dstu.edu.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Мещеряков, Константин Игоревич,
m.keyran@gmail.com
Южный федеральный университет, Российская Федерация

Новокрещенов, Сергей Андреевич,
Novokreschenov.sergej@yandex.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Олейникова, Юлия Анатольевна,
valera33305@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Панфилов, Алексей Викторович,
a.panfilov@bk.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Петросов, Сергей Петрович,
petrosov217@sssu.ru
Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты, Российская Федерация

Пожарский, Дмитрий Александрович,
pozharda@rambler.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Рогозин, Дмитрий Викторович,
dmrogozin@ya.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Рыжкин, Анатолий Андреевич,
a.ryzhkin_39@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Соловьев, Аркадий Николаевич,
solovievarc@gmail.com
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Суворова, Татьяна Виссарионовна,
Suvorova_tv111@mail.ru
Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Сумбатян, Межлум Альбертович,
sumbatma@mail.ru
Южный федеральный университет, Российская Федерация

Суровцева, Олеся Анатольевна,
1354565@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Сухинов, Александр Иванович,
sukhinov@gmail.com
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Сухинов, Андрей Александрович,
honey.lusine@mail.ru
Южный федеральный университет, Российская Федерация

Тамаркин, Михаил Аркадьевич,
tehn_rostov@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Усошина, Елена Александровна,
usoshina_elena@mail.ru
ООО «Еврогрупп», Российская Федерация

Фатхи, Владимир Ахатович,
fatkhi@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Чеха, Татьяна Александровна,
zubik280270@mail.ru
Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К. А. Тимирязева, Российская Федерация

Чукарин, Александр Николаевич,
Kobzevkirill1990@mail.ru
Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Чумак, Ирина Валентиновна,
chumakirina@mail.ru
Технологический институт (филиал) ДГТУ в г. Азове, Российская Федерация

Шведова, Александра Сергеевна,
kazimirovas@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Щербакова, Елена Евгеньевна,
Sherbakovaee@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Щербинин, Тимофей Александрович,
sherbinin5@gmail.com
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Юрушкина, Татьяна Геннадьевна,
zamtiana_z30@mail.ru
Донской государственный технический университет, Российская Федерация

Index

Alekhin, Alexey S. alekalh@yandex.ru	Institute of Service and Business (DSTU branch), Russian Federation
Alekhin, Sergey N. alex_cn@mail.ru	Institute of Service and Business (DSTU branch), Russian Federation
Bokov, Anatoly I.	Don State Technical University, Russian Federation
Bondarenko Veronika, A. Kobzevkirill1990@mail.ru	Rostov State Transport University, Russian Federation
Bulygin, Yury I. bulyur_rostov@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Chukarin, Alexander N. Kobzevkirill1990@mail.ru	Rostov State Transport University , Russian Federation
Chumak, Irina V. chumakirina@mail.ru	Institute of Technology (DSTU branch), Russian Federation
Czecha, Tatyana A. zubik280270@mail.ru	Russian Federationn State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy , Russian Federation
Dobychin, Mikhail V. mr.kep@yandex.ru	Russian Federationn State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy , Russian Federation
Fatkhi, Vladimir A. fatkhi@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Gaydenko, Anatoly L. toliamba1@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Grankov, Mikhail V. mv_2@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Grebenkin, Roman V. Roman-viktorovich@yandex.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Grigoryan, Lusine A. andreysoukhinov@gmail.com	North Caucasus Federal University, Russian Federation
Gubanova, Alexandra A. anatoliya81@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Knyazev, Sergey Yu. ksy@donpac.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Kobak, Valery G. valera33305@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Kobzev, Kirill O. Kobzevkirill1990@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Kochubey, Anatoly A. watchbox@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation
Konovalov, Igor S. xigorx92@mail.ru	Don State Technical University, Russian Federation

Koronchik, Denis A. Don State Technical University, Russian Federation
ronchic@mail.ru

Korotkiy, Anatoly A. Don State Technical University, Russian Federation
korot@novoch.ru

Kravchenko, Igor N. Russian Federationn State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy , Russian Federation
kravchenko-in71@yandex.ru

Lebedev, Valery A. Don State Technical University, Russian Federation
va.lebidev@yandex.ru

Legkonogikh, Alexander N. Don State Technical University, Russian Federation
lan-666-121285@mail.ru

Lukyanov, Alexander D. Don State Technical University, Russian Federation
lex1998@rambler.ru

Lukyanov, Anton A. Don State Technical University, Russian Federation
Pingppc2@yandex.ru

Lukyanov, Vitaly F. Don State Technical University, Russian Federation
vfl1@bk.ru

Meshcheryakov, Konstantin I. Southern Federal University, Russian Federation
m.keyran@gmail.com

Meskhi, Besarion C. Don State Technical University, Russian Federation
reception@dstu.edu.ru

Novokreshchenov, Sergey A. Don State Technical University, Russian Federation
Novokreschenov.sergej@yandex.ru

Oleynikova, Yulia A. Don State Technical University, Russian Federation
u_oley@mail.ru

Panfilov, Alexey V. Don State Technical University, Russian Federation
a.panfilov@bk.ru

Petrosov, Sergey P. Institute of Service and Business (DSTU branch), Russian Federation
petrosov217@sssu.ru

Pozharskiy, Dmitry A. Don State Technical University, Russian Federation
pozharda@rambler.ru

Rogozin, Dmitry V. Don State Technical University, Russian Federation
dmrogozin@ya.ru

Ryzhkin, Anatoly A. Don State Technical University, Russian Federation
ryzhkin.anatolia@yandex.ru

Shcherbakova, Elena E. Don State Technical University, Russian Federation
Sherbakovaee@mail.ru

Shcherbinin, Timofey A. Don State Technical University, Russian Federation
sherbinin5@gmail.ru

Shvedova, Alexandra S. Don State Technical University, Russian Federation
kazimirovas@mail.ru

Solovyev, Arkady N. Don State Technical University, Russian Federation
solovievarc@gmail.com

Sukhinov, Alexander I. Don State Technical University, Russian Federation
sukhinov@gmail.com
Sukhinov, Andrey A. Southern Federal University , Russian Federation
honey.lusine@mail.ru
Sumbatyan, Mezhlum A. Southern Federal University, Russian Federation
sumbatma@mail.ru
Surovtseva, Olesya A. Don State Technical University, Russian Federation
1354565@mail.ru
Suvorova, Tatiana V. Rostov State Transport University, Russian Federation
suvorova_tv111@mail.ru
Tamarkin, Mikhail A. Don State Technical University, Russian Federation
tehn_rostov@mail.ru
Usoshina, Elena A. "Eurogroup" LLC, Russian Federation
usoshina_elena@mail.ru
Yurushkina, Tatiana G. Don State Technical University, Russian Federation
zamtiana_z30@mail.ru
Zakovorotny, Vilor L. Don State Technical University, Russian Federation
vzakovorotny@dstu.edu.ru
Zubrilina, Elena M. Don State Technical University, Russian Federation
Elena-zubrilina@rambler.ru